Elektrodynamik
eine Zusammenstellung der Maxwellgleichungen

von
Hakan Önel*

Fassung† vom 8. Juli 2005‡

Zusammenfassung

Dieses Kurzskript soll nur eine Übersicht zu den elementaren Gleichungen der Elektrodynamik liefern. Es richtet sich also an die Menschen, die bereits über die notwendigen Kenntnisse verfügen und nur den Wunsch nach einer übersichtlichen Darstellung haben.

Inhaltsverzeichnis

1 Maxwellgleichungen **2**
1.1 Differentielle Darstellung der Maxwellgleichungen in Materie . . 2
1.2 Integrale Darstellung der Maxwellgleichungen in Materie 2
1.3 Beziehungen zwischen den Feldgrößen 2
1.4 Maxwellgleichungen im Vakuum 3
1.5 Maxwellgleichungen für stationäre Vorgänge 3
1.6 Maxwellgleichungen für statische Vorgänge 3
1.7 Interpretationen der Maxwellgleichungen 3
1.8 Maxwellgleichungen bei Berücksichtigung von magnetischen Monopolen 4

*URL: *http://www.aip.de/People/honel/*
†fünfte erweiterte Fassung
‡Erstveröffentlichung der ersten Fassung am 19. März 2001

1 Maxwellgleichungen

1.1 Differentielle Darstellung der Maxwellgleichungen in Materie

$$\begin{aligned} \mathrm{div}(\underline{D}) &= \rho & (1)\\ \mathrm{rot}(\underline{E}) &= -\frac{\partial}{\partial t}\underline{B} & (2)\\ \mathrm{div}(\underline{B}) &= 0 & (3)\\ \mathrm{rot}(\underline{H}) &= \underline{j} + \frac{\partial}{\partial t}\underline{D} & (4) \end{aligned}$$

äquivalente Darstellungen, wenn ein isotropes, instantenes und lineares Medium vorliegt:

$$\begin{aligned} (1) \Leftrightarrow \quad \mathrm{div}(\underline{E}) &= \frac{1}{\varepsilon_0\,\varepsilon_r}\rho & (5)\\ (2) \Leftrightarrow \quad \mathrm{rot}(\underline{D}) &= -\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\underline{H} \quad \text{mit } c^2 = \tfrac{1}{\varepsilon_0\,\varepsilon_r\,\mu_0\mu_r} & (6)\\ (3) \Leftrightarrow \quad \mathrm{div}(\underline{H}) &= 0 & (7)\\ (4) \Leftrightarrow \quad \mathrm{rot}(\underline{B}) &= \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{\varepsilon_0\,\varepsilon_r}\underline{j} + \frac{\partial}{\partial t}\underline{E}\right) & (8) \end{aligned}$$

1.2 Integrale Darstellung der Maxwellgleichungen in Materie

$$\begin{aligned} (1) \Leftrightarrow \quad \oint_{\partial V} < \underline{D}, \mathrm{d}\underline{A} > &= Q & (9)\\ (2) \Leftrightarrow \quad \oint_{\partial A} < \underline{E}, \mathrm{d}\underline{s} > &= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi \quad \text{mit } \Phi = \int_A < \underline{B}, d\underline{A} > & (10)\\ (3) \Leftrightarrow \quad \oint_{\partial V} < \underline{B}, \mathrm{d}\underline{A} > &= 0 & (11)\\ (4) \Leftrightarrow \quad \oint_{\partial A} < \underline{H}, \mathrm{d}\underline{s} > &= I + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Psi \quad \text{mit } \Psi = \int_A < \underline{D}, d\underline{A} > & (12) \end{aligned}$$

1.3 Beziehungen zwischen den Feldgrößen

elektrische Verschiebungsdichte $\underline{D}$ ist gegeben mit $\underline{D} = \varepsilon_0\,\underline{E} + \underline{P}$. Liegt ein isotropes, instantenes und lineares Medium vor, geht diese Beziehung in $\underline{D} = \varepsilon_0\,\varepsilon_r\,\underline{E}$ über.

magnetische Feldstärke $\underline{H}$ ist gegeben mit $\underline{H} = \frac{1}{\mu_0}\,\underline{B} - \underline{M}$. Liegt ein isotropes, instantenes und lineares Medium vor, geht diese Beziehung in $\underline{H} = \frac{1}{\mu_0\,\mu_r}\underline{B}$ über.

1.4 Maxwellgleichungen im Vakuum

Für die Gleichungen (1) bis (12) gilt:

$$\underline{P} = \underline{0} \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_r = 1 \tag{13}$$
$$\underline{M} = \underline{0} \quad \text{bzw.} \quad \mu_r = 1 \tag{14}$$

1.5 Maxwellgleichungen für stationäre Vorgänge

Für die Gleichungen (1) bis (12) gilt:

$$\frac{\partial}{\partial t}\underline{D} = \underline{0} \tag{15}$$
$$\frac{\partial}{\partial t}\underline{B} = \underline{0} \tag{16}$$

1.6 Maxwellgleichungen für statische Vorgänge

Für die Gleichungen (1) bis (12) gilt:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underline{D} = \underline{0} \tag{17}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underline{B} = \underline{0} \tag{18}$$

1.7 Interpretationen der Maxwellgleichungen

Gaußsches Gesetz (für elektrische Erscheinungen) ((1),(9)) sagt aus, daß die *freien elektrischen Ladungen* Q die Quellen der *dielektrischen Verschiebung* (auch *elektrische Flußdichte* genannt) $\underline{D}$ sind.

Faraday–Henry Gesetz ((2),(10)) sagt aus, daß die *zeitliche Änderung des magnetischen Flusses* $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi$ durch eine Fläche A in dessen Randkurve ∂A eine *elektrische Umlaufspannung* von gleichem Betrag und entgegengesetztem Vorzeichen erzeugt.

Gaußsches Gesetz (für magnetische Erscheinungen) ((3),(11)) sagt aus, daß magnetische Monopole als Quellen der *magnetischen Induktion* (auch *magnetische Flußdichte* genannt) $\underline{B}$ nicht existieren.

Ampère–Maxwellsches Gesetz: ((4),(12)) sagt aus, daß der Gesamtstrom aus *Konvektionsstrom* I und *Verschiebungsstrom* $\int\limits_A < \frac{\partial}{\partial t}\underline{D}, d\underline{A} >$ durch die Fläche A in der Randkurve ∂A eine magnetische Umlaufspannung gleicher Größe erzeugt.

1.8 Maxwellgleichungen bei Berücksichtigung von magnetischen Monopolen

Nimmt man die Existenz von *magnetischen Monopoldichten* ρ_m und die damit verbundene *magnetische Stromdichte* $\underline{j}_m$ an, dann ergeben sich die folgenden Maxwellgleichungen:

$$(1) \;\Leftrightarrow\; \operatorname{div}(\underline{D}) = \rho \tag{19}$$

$$(2) \;\Rightarrow\; \operatorname{rot}(\underline{E}) = -\left(\frac{\partial}{\partial t}\underline{B} + \underline{j}_m\right) \tag{20}$$

$$(3) \;\Rightarrow\; \operatorname{div}(\underline{B}) = \rho_m \tag{21}$$

$$(4) \;\Leftrightarrow\; \operatorname{rot}(\underline{H}) = \frac{\partial}{\partial t}\underline{D} + \underline{j} \tag{22}$$