

# Übungen zur Einführung in die Computerphysik

Klassen / Spurzem

Sommersemester 2008

Blatt 2 (23. April 2008)

## Präsenzübung

- **Leap Frog / zeitsymmetrischer Leap Frog:** schreiben Sie, ähnlich wie in Blatt 1 für das Euler-Verfahren ein numerisches Integrationsprogramm für einen Leap Frog und einen zeitsymmetrischen Leap Frog.
- **Mathematica Übung:** Wiederholen und variieren Sie die im Vorlesungsskript, Kapitel 3.2.6 erläuterten Mathematica-Beispiele. Lösen Sie das Volterra-Lotka-System wie dort angegeben.
- **Mathematica Übung:** Verwenden Sie die Mathematica Hilfe Funktion um Informationen über die verwendeten Funktionen zu bekommen.
- **Mathematica Übung:** Lösen Sie das Zwei-Körper-Problem mit Mathematica. Hinweis: Lösen Sie die Differentialgleichungen für die Vektorkomponenten (ebene Bewegung, nur zwei Dimensionen) und plotten Sie die sich ergebenden Objekte (die Bahn).

## Hausaufgaben

**Aufgabe 2.1a:** (8 Punkte) Anwendung des Leap Frog auf das Zwei-Körper-Problem von Blatt 1. Systematische Fehleranalyse (analog zum Euler-Verfahren in Blatt 1): Wählen Sie drei verschiedene Exzentrizitäten und variierende Schrittweiten (mehrere Größenordnungen variieren). Integrieren Sie das Zwei-Körper-Problem für einen Orbit. Plotten Sie doppeltlogarithmisch den Fehler in der Gesamtenergie (der Exzentrizität) als Funktion des verwendeten Zeitschrittes  $h$ . Diskutieren Sie das Ergebnis (welche Steigung, Übereinstimmung mit Erwartung?). Prüfen Sie nicht nur die Konstanz des Betrages von  $e$  (Exzentrizität) sondern auch der Komponenten (Richtung) des Vektors (Lage des Perizentrums der Bahn).

**Aufgabe 2.1b:** (freiwillige Zusatzleistung, keine Punkte) Wie Aufgabe 1a, aber unter Verwendung des zeittransformierten Leap Frogs aus dem Vorlesungsskript. Betrachten Sie auch, wie gut die bekannte Umlaufzeit reproduziert wird.

**Aufgabe 2.2:** Untersuchen Sie die in der Vorlesung behandelte Populationsdynamik in der Form

$$\frac{dN}{dt} = rN(1 - N/K) - \frac{BN^2}{A^2 + N^2}$$

Annahme: alle Parameter  $r, K, A, B$  positiv.

- Dimensionsanalyse (4 Punkte): Bestimmen Sie die Dimension der Parameter und formulieren Sie eine dimensionslose Gleichung. (Hinweis: es gibt mehrere Möglichkeiten, wählen Sie  $n = N/A$  als Variable der Population und eine dimensionslose Zeit, die nicht über  $r$  definiert wird.)
- Bestimmen Sie die stationären Punkte  $n^*$  für  $K/A = 8$  (4 Punkte). (Hinweis: für  $n^* \neq 0$  sind diese Lösungen einer kubischen Gleichung. Die allgemeinen Lösungen der kubischen Gleichung können z.B. mit Mathematica berechnen. Wann gibt es eine oder drei reelle Lösungen?)
- (4 Punkte): Wählen Sie  $q := K/A = 8$  und plotten Sie  $(dn/d\tau)$  als Funktion von  $n$  für drei verschiedenen Werte des verbleibenden freien Parameters. Wählen Sie Werte für die es (inkl.  $n^* = 0$ ) zwei oder vier stationäre Lösungen gibt. Sind die stationären Punkte stabil?