

Übungen zur Einführung in die Computerphysik

Klassen / Spurzem

Sommersemester 2008

Blatt 3 (Abgabe bis spätestens 9. Mai 2008)

Präsenzübung

Teil 1: Lineare Algebra in Mathematica

- Erzeugung von Matrizen und Vektoren in Mathematica
- Berechnung von Eigenwerten, Eigenvektoren, Normen
- Berechnung von $\text{Tr}[M]$, $\text{det}[M]$, Kondition von M ($\text{Norm}[M] \text{Norm}[\text{Inverse}[M]]$)
- Matrix-Vektor- und Matrix-Matrix-Multiplikation

Teil 2: Runge-Kutta Verfahren 2. Ordnung (RK2)

Schreiben Sie ein Programm, das Differentialgleichungen der Form $\mathbf{y}' = f(\mathbf{y}, x)$ mit Hilfe des Runge-Kutta Verfahrens 2. Ordnung der Vorlesung ($\gamma = 1/2$) löst. Dabei sei \mathbf{y} ein n -dimensionaler Vektor.

Hausaufgabe 20 Punkte

Teil 1: Volterra-Lotka

10 Punkte

Die Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -20 & -30 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -3 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -10 & -20 \\ 20 & 30 & 35 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 20 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sei die Stabilitätsmatrix zum (hier nicht näher bestimmten) Fixpunkt eines komplexeren Volterra-Lotka Problems (3 Beute- und 3 Raubtierpopulationen). Bestimmen Sie die Eigenwerte λ_i und Eigenvektoren \mathbf{v}_i , $i = 1, \dots, 6$ der Matrix mit Mathematica. Wählen Sie einen Anfangszustand $\mathbf{n} = \sum_{i=1}^6 c_i \mathbf{v}_i$, mit $c_1 = c_2 = 3$, $c_3 = c_4 = 1$, $c_5 = 5$, $c_6 = 0.1$. Verfolgen Sie das Verhalten der sechs Populationen bis die Instabilität auftritt.

Teil 2: Runge-Kutta Verfahren 2. Ordnung

10 Punkte

Lösen Sie das Volterra-Lotka System aus der Vorlesung mit Ihrem RK2 Integrator. Reproduzieren Sie damit die periodischen Lösungen analog zu den in Fig. 3 im Vorlesungsskript gezeigten (wenigstens 3 Lösungskurven). Wie können Sie den Fehler bestimmen? Plotten Sie den Logarithmus des Fehlers als Funktion von der Schrittweite h (ein Plot doppeltlogarithmisch).