

# Übungen zur Einführung in die Computerphysik

Klassen / Spurzem

Sommersemester 2009

Blatt 4 (Abgabe bis spätestens 8. Mai 2009)

## Präsenzübung

**Teil 1:** Matrizenkalkül mit Mathematica

- Erzeugung von Matrizen und Vektoren in Mathematica
- Berechnung von Eigenwerten, Eigenvektoren, Normen
- Berechnung von  $\text{Tr}[M]$ ,  $\det[M]$ , Kondition von  $M$  ( $\text{Norm}[M] \text{ Norm}[\text{Inverse}[M]]$ )
- Matrix-Vektor- und Matrix-Matrix-Multiplikation

**Teil 2:** Runge-Kutta Verfahren 2. Ordnung (RK2)

Schreiben Sie ein Programm, das Differentialgleichungen der Form  $\mathbf{y}' = f(\mathbf{y}, x)$  mit Hilfe des Runge-Kutta Verfahrens 2. Ordnung der Vorlesung ( $\gamma = 1/2$ ) löst. Dabei sei  $\mathbf{y}$  ein  $n$ -dimensionaler Vektor.

## Hausaufgabe 20 Punkte

Teil 1: Volterra-Lotka

10 Punkte

Die Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -20 & -30 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -3 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -10 & -20 \\ 20 & 30 & 35 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 20 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sei die Stabilitätsmatrix zum (hier nicht näher bestimmten) Fixpunkt eines komplexeren Volterra-Lotka Problems (3 Beute- und 3 Raubtierpopulationen). Bestimmen Sie die Eigenwerte  $\lambda_i$  und Eigenvektoren  $\vec{v}_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$  der Matrix mit Mathematica. Wählen Sie einen Anfangszustand  $\vec{n} = \sum_{i=1}^6 c_i \vec{v}_i$ , mit  $c_1 = c_2 = 3$ ,  $c_3 = c_4 = 1$ ,  $c_5 = 5$ ,  $c_6 = 0.1$ . Verfolgen Sie das Verhalten der sechs Populationen bis die Instabilität auftritt.

Lösen Sie das Volterra-Lotka System aus der Vorlesung mit Ihrem RK2 Integrator. Reproduzieren Sie damit die periodischen Lösungen analog zu den in Fig. 3 im Vorlesungsskript gezeigten (wenigstens 3 Lösungskurven). Wie können Sie den Fehler bestimmen? Plotten Sie den Logarithmus des Fehlers als Funktion von der Schrittweite  $h$  (ein Plot doppeltlogarithmisch).