Übungen zur Einführung in die Computerphysik

Klessen / Spurzem

Sommersemester 2009

Blatt 8 (26. Mai 2009)
(Abgabe VERLÄNGERT bis spätestens 12. Juni 2009)

Präsenzübung
Listenmanipulation in Mathematica, Logistische Abbildung

- Erzeugung von Listen rekursiver Funktionen (`NestList`)
- `Thread, Flatten`: Erzeugen und Entfernen von Substrukturen einer Liste
- Anwendung von Funktionen auf Listenelemente
- Erzeugung von Listen der logistischen Abbildung, Plotten der Punkte mit `ListPlot` o.ä.
- Plotten Sie die Funktionen $f(x)$ und deren Iterierte $f^{(2^n)}$. Machen Sie sich anhand der Plots klar, wie durch Variation von r stabile und superstabile Fixpunkte von f und seinen Iterierten (für bestimmte r) auftreten.
- Üben Sie die graphische Darstellung des Attraktors

Hausaufgabe 20 Punkte

Durch kleinwellige Schwingung gestörte logistische Abbildung

(*Anmerkung: Teile der Aufgabe sind auch mit Mathematica lösbar; in dem Falle können Sie ein Mathematica-Notebook abgeben. Eine Lösung durch eigenes Programmieren und Plotten ist natürlich ebenso in Ordnung*)
Es wird die Abbildung $x_{n+1} = f(x_n)$ untersucht mit

$$f(x) = 4rx(1-x)(1 + A \sin Bx)$$

wobei $A = -0.019$ und $B = 31.5$. Dadurch wird der bekannten logistischen Abbildung ein kleinwelliger Störungsanteil aufgeprägt, der lokal die Schwarz'sche Ableitung $\mathcal{S}[f]$, und damit das Bifurkationsverhalten beeinflußt.

- Plotten Sie $\mathcal{S}[f]$ und $\mathcal{S}[f^{(2)}]$ (2-fach Iterierte!!). Wo treten positive Werte auf? (5 Punkte)
- Berechnen Sie den Attraktor im Bereich $0.7 \leq r \leq 0.98$. Erzeugen Sie dazu 500 Iterierte zu einem beliebigen Anfangswert und verwerfen Sie die ersten 100 als Transiente. Welchen Einfluß hat die periodische Störung auf das System? (Vergleich mit ungestörtem System). (5 Punkte)
- Suchen Sie sich anhand des Plots des Attraktors vier interessante r-Werte heraus (z.B. vor und nach Bifurkationen, im chaotischen Bereich) Plotten Sie für diese f, $f^{(2)}$, $f^{(4)}$. Diskutieren Sie für jeden r-Wert außerhalb des chaotischen Bereichs, ob es Fixpunkte oder periodische Orbits von f gibt. Bedenken Sie dabei das Singer-Theorem! (5 Punkte)
- Singer's Funktion ist gegeben durch $f = cF(x)$ $(0 \leq c \leq 1.06)$,

  $$F(x) = 7.86x - 23.31x^2 + 28.75x^3 - 13.3x^4$$

  $(0 \leq x \leq 1$. Plotten Sie f und $f^{(2)}$ für $c = 0.95$ und $c = 0.9916$. Diskutieren Sie die Fixpunkte von f und die periodischen Lösungen (Fixpunkte von $f^{(2)}$). Gibt es mehr als eine stabile periodische Lösung? (5 Punkte)