Übungen zur Einführung in die Computerphysik

Klassen / Spurzem

Sommersemester 2009

Blatt 9 (2. Juni 2009)
(Abgabe 12. Juni 2009)

(verringertes Umfang, da die Abgabe von Blatt 8 auch auf 12. Juni verlängert wurde)

Präsenzübung

Fortsetzung der Mathematica-Übungen zur logistischen Abbildung

- Charakteristische Linien im Attraktor der logistischen Abbildung. Bilden Sie die p -fach Iterierte $f^{(p)}$, mit $f(x) = 4rx(1 - x)$, und dem Startwert $x_0 = 1/2$. Plotten Sie das Ergebnis als Funktion von r .
- Berechnung des Liapounov-Koeffizienten mit Mathematica. Den Ljapunov-Exponenten λ kann man mit Hilfe der Darstellung

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln |f'(x_i)|$$

berechnen, wobei f' die Ableitung der Funktion und x_n die Iterierten zu einem gegebenen Anfangswert bezeichnen. Berechnen Sie den Ljapunov-Exponenten für die logistische Abbildung im Bereich $0.7 \leq r \leq 1$ und stellen Sie ihn graphisch dar (es genügt $n \approx 500$).

Hausaufgabe 10 Punkte (reduzierter Umfang diese Woche)

Durch Rauschen gestörte logistische Abbildung

(Anmerkung: Teile der Aufgabe sind auch mit Mathematica lösbar; in dem Falle können Sie ein Mathematica-Notebook mit den Ergebnissen abgeben. Eine Lösung durch eigenes Programmieren und Plotten ist natürlich ebenso in Ordnung)

Es wird die Abbildung $x_{n+1} = f(x_n)$ untersucht mit

$$f(x) = |4rx(1-x) + \epsilon\xi(x)|$$

wobei $\xi(x)$ eine im Intervall $[0, 1]$ gleichverteilte Zufallsvariable ist. (Verwendung der Numerical Recipes Routine, wird bereitgestellt, oder der Mathematica Funktion `Random[]`). $\xi(x)$ und $\xi(x')$ sollen unabhängig voneinander sein für $x \neq x'$. Dadurch wird der bekannten logistischen Abbildung ein Rauschen aufgeprägt, dessen Stärke durch $\epsilon = 0.01, 0.001, 0.0001$ variiert werden soll.

- Plotten Sie f , $f^{(2)}$, und $f^{(4)}$ (1,2,4-fach Iterierte!) für je zwei verschiedene r - und ϵ -Werte Ihrer Wahl. Welchen Einfluß hat das Rauschen auf die Fixpunkte? (5 Punkte)
- Berechnen Sie den Attraktor im Bereich $0.7 \leq r \leq 1$ und stellen Sie ihn graphisch dar. Welchen Einfluß hat das Rauschen auf das Verhalten des Systems (Vergleich mit ungestörtem System)? (5 Punkte)