

Übungen zur Einführung in die Computerphysik

Klassen / Spurzem

Sommersemester 2009

Blatt 10 (Abgabe bis spätestens 19. Juni 2009)

Präsenzübung

Die Kirchhoff'schen Regeln - Ein Beispiel für lineare Gleichungssysteme

Die Kirchhoff'schen Regeln ermöglichen die Beschreibung von komplexen Widerstandsnetzwerken mit linearen Gleichungen. Während einfache Systeme noch analytisch gelöst werden können, ist für komplexe Systeme eine numerische Behandlung erforderlich. Betrachten Sie zunächst folgendes Beispiel:

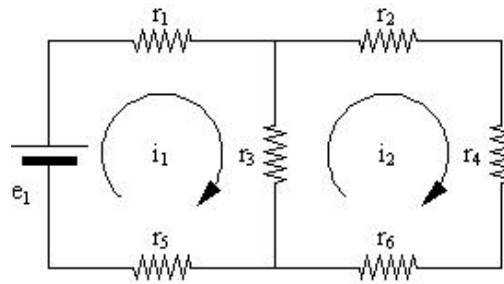


Abbildung 1: Widerstandsnetzwerk: r_1 bis r_6 bezeichnen die Widerstände des Systems, i_1 und i_2 die Ströme und e_1 die angelegte Spannung.

- Stellen Sie das System in Abb. 1 mit Hilfe der Kirchhoff'schen Regeln als Gleichungssystem dar.

Zur Erinnerung, die Kirchhoff'schen Regeln lauten:

- Da im geschlossenen Stromkreis keine Ladungen entstehen oder verschwinden, muss die Summe aller Teilströme an einem Knoten des Netzwerkes verschwinden:

$$\sum_k i_k = 0 \quad \text{Knotenregel} \quad (0.1)$$

- Innerhalb eines geschlossenen Stromkreises (Masche des Netzwerkes) halten sich die Summe aller Quellspannungen (Baterien) und die Summe der Spannungsabfälle (Widerstände) die Wage. Es muss also gelten:

$$\sum_i e_i = \sum_j r_j i_j \quad \text{Maschenregel} \quad (0.2)$$

- Beachten Sie das korrekte Vorzeichen des Stromflusses, und des Spannungsabfalles und -Zuwachses an Widerständen und Spannungsquellen.
- Lösen Sie dieses System mit Hilfe des in der Vorlesung besprochenen Gauß-Verfahrens für $r_1 = 10$, $r_2 = 10$, $r_3 = 10$, $r_4 = 20$, $r_5 = 10$, $r_6 = 30$, $e_1 = 20$, und bestimmen Sie die Ströme i_1 und i_2 .

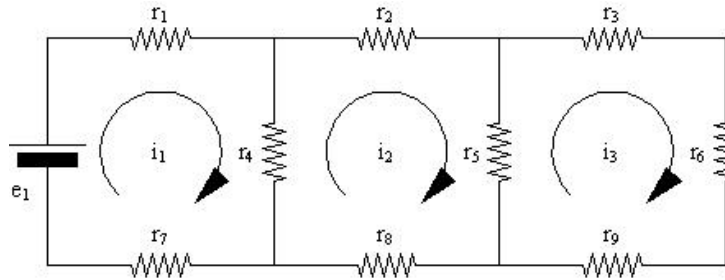


Abbildung 2: Widerstandsnetzwerk: r_1 bis r_9 bezeichnen die Widerstände des Systems, i_1 , i_2 und i_3 die Ströme und e_1 die angelegte Spannung.

- Stellen Sie das System in Abb. 2 als Gleichungssystem dar.
- Bestimmen Sie die Ströme i_1 , i_2 und i_3 mit dem Gauß-Verfahren für $r_1 = 10$, $r_2 = 10$, $r_3 = 10$, $r_4 = 10$, $r_5 = 20$, $r_6 = 20$, $r_7 = 10$, $r_8 = 10$, $r_9 = 10$ und $e_1 = 36$.

Lösung von linearen Gleichungssystemen mit Hilfe des Gauß-Verfahrens

Lösen Sie mit Hilfe des Gauß-Verfahrens das untenstehende Widerstandsnetzwerk.

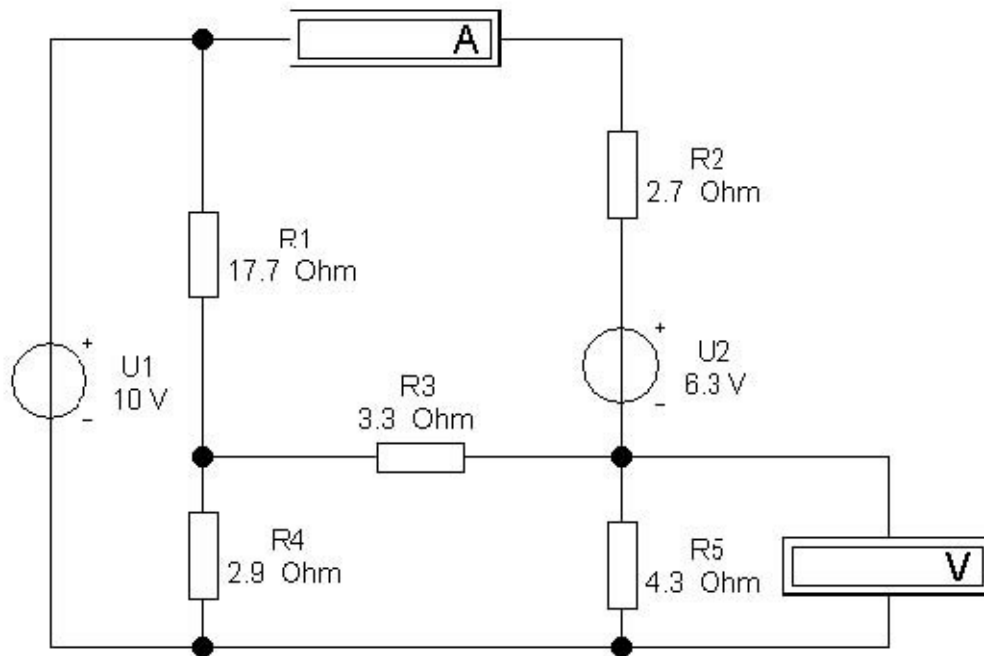


Abbildung 3: Widerstandsnetzwerk: U_1 und U_2 sind die beiden Spannungsquellen, und R_1 bis R_5 die Widerstände des Systems. A und V bezeichnen ideale Strom- und Spannungsmessgeräte.

- Verwenden Sie die Kirchhoff'schen Regeln, um das in Abb. 3 gezeigte Widerstandsnetzwerk als lineares Gleichungssystem darzustellen. Die Zahlenwerte entnehmen Sie bitte der Abbildung. Sie erhalten 7 Gleichungen für die Spannungsabfälle an den fünf Widerständen (bzw. die Ströme, die durch diese fließen) und den beiden Spannungsquellen. (8 Punkte)
- Wie groß ist der Strom I_2 durch das ideale Amperemeter A ? Und welche Spannung U_5 zeigt das ideale Voltmeter V an? Ideal bedeutet hier, dass die Anwesenheit der Messgeräte das Netzwerk nicht beeinflusst. Zur Beantwortung dieser Fragen lösen Sie das Gleichungssystem mit Hilfe des Gauß-Verfahrens. Stellen Sie nach jedem Eliminationsschritt die resultierende Matrix bis zum Erreichen der Dreiecksform dar. (12 Punkte)