Übungen zur Vorlesung
Einführung in die Astronomie (WS2012/13)

Cornelis Dullemond, Ralf Klessen

Blatt 10

20 Punkte

1. **Schwarze Löcher: klein und groß**
   Wie in der Vorlesung besprochen wurde, produziert eine Akkretionsscheibe mit Akkretionsrate $\dot{M}$ um ein schwarzes Loch mit Masse M an der Stelle r pro cm^2 pro Sekunde eine thermische Energie:

$$Q_+(R) = \frac{3}{4\pi}\frac{GM\dot{M}}{R^3}\left[1 - \sqrt{\frac{R_{\mathrm{in}}}{R}}\right] \tag{13}$$

   Wir nehmen an, dass der Innenrand der Scheibe an der Stelle der inneren stabilen Umlaufbahn ist, d. h. $R_{\mathrm{in}} = 3R_{\mathrm{schw}} = 6GM/c^2$. Das Maximum der Funktion $Q_+(R)$ liegt bei $R_{\mathrm{max}} = (7/6)^2 R_{\mathrm{in}}$. Wir nehmen an, dass die Scheibe an beiden Seiten als Schwarzkörper seine produzierte thermische Energie vollständig abstrahlt.

   (a) [2 pt] Wie hoch ist die höchste Temperatur der Scheibe für ein stellares schwarzes Loch mit Masse $M = 10\,M_\odot$ und Akkretionsrate $\dot{M} = 10^{-6}\,M_\odot/\mathrm{year}$?

   (b) [1 pt] In welchem Wellenlängenbereich strahlt dies?

   (c) [2 pt] Und wie ist sie für eine Scheibe um ein supermassereiches schwarzes Loch mit Masse $M = 10^7\,M_\odot$ aber mit derselbe Akkretionsrate ($\dot{M} = 10^{-6}\,M_\odot/\mathrm{year}$)?

   (d) [1 pt] In welchem Wellenlängenbereich strahlt dies?

   (e) [2 pt] Und was, wenn, für das supermassereiche schwarze Loch, die Akkretionsrate 10^4 Mal so groß ist (also $\dot{M} = 10^{-2}\,M_\odot/\mathrm{year}$)?

2. **Röntgenfluss eines schwarzen Lochs**
   Wir haben oben für ein stellares schwarzes Loch abgeschätzt, dass die Temperatur der Scheibe im Bereich $T = 10^7$ K sein kann (obwohl dies natürlich von der Akkretionsrate abhängt). Nehmen wir, als Vereinfachung, an, dass die Scheibe nur im inneren Bereich zwischen R_{in} und $1.5\,R_{\mathrm{in}}$ nennenswert strahlt, und zwar als Schwarzkörper mit Temperatur $T = 10^7$ K. Nehmen wir auch an, dass wir senkrecht auf die Scheibe schauen, und dass relativistische Effekte vernachlässigt werden können. Die Quelle setzen wir in einen Abstand von $d = 2$ kpc. Wir beobachten diese Quelle mit einem Röntgen Weltraumteleskop im Wellenlängenbereich zwischen 2 keV und 2.2 keV (wir dürfen die Annäherung machen, dass $\int_{2\,\mathrm{kev}}^{2.1\,\mathrm{kev}} B_\nu(T)d\nu \simeq B_{2\,\mathrm{kev}}(T)\Delta\nu$ mit $h\Delta\nu = 0.1$ keV). Wir nehmen an, dass das Teleskop einen Durchmesser von 30 cm hat und unser Detektor perfekt ist (keine Verluste).

   (a) [8 pt] Wie viele Photonen pro Sekunde detektiert der Detektor?

3. **Das Abbilden des Ereignishorizonts**
Es wäre doch spannend, wenn man die Akkretion von Materie durch den Ereignishorizont direkt abbilden könnte. Es gibt tatsächlich Wissenschaftler, die dies versuchen. Lassen Sie uns einige Abschätzungen machen. Wir benutzen die Technik der "Very Large Baseline Interferometry" bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1.3$ mm. Das heißt, dass wir Radioteleskope auf der ganzen Welt mit einander verknüpfen, um so eine Art "Superteleskop" mit entsprechend hoher räumlicher Auflösung zu erzeugen. Die Auflösung ist dann $\theta = \lambda/b$, wobei b die "Basislinie" ist, also der projizierte Abstand zwischen den am weitesten entfernten Teleskopen. Nehmen wir dies $b = R_{\text{Erde}}$. Beantworten Sie folgende Fragen [4 pt]:

   (a) Das massereiche schwarze Loch im Zentrum unserer Milchstraße hat eine Masse von $M = 4 \times 10^6\,M_\odot$ und ist 9 kpc von uns entfernt. Kann man dies räumlich auflösen?

   (b) Das supermassereiche schwarze Loch im Zentrum der Galaxie M87 hat eine Masse von $M = 6 \times 10^9\,M_\odot$ und ist 16 Mpc von uns entfernt. Kann man dies räumlich auflösen?

   (c) Das stellare schwarze Loch gehörend zu Cygnus X-1 hat eine Masse von $M = 15\,M_\odot$ und ist 2 kpc von uns entfernt. Kann man dies räumlich auflösen?