Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit
im Studiengang Physik

vorgelegt von
Markus Wittkowski
aus Essen

1995

Hochauflösende Beobachtung und innere Dynamik von Seyfert-Galaxien

Die Diplomarbeit wurde von Markus Wittkowski ausgeführt am
Institut für Theoretische Astrophysik
unter der Betreuung von
Herrn Priv.-Doz. Dr. Wolfgang J. Duschl

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Motivation, Zusammenfassung und Diskussion

Seit Anfang dieses Jahrhunderts ist in Spektren von Galaxien aufgefallen, daß ein Bruchteil von ihnen Emissionslinien zeigt. Diese Galaxien haben also eine Aktivität nicht-stellaren Ursprungs. Gleichzeitig zeichnen sie sich durch höhere Kernleuchtkräfte aus. Carl Seyfert beobachtete 1943 einige solcher Galaxien mit breiten Emissionslinien und nicht-stellarem Kontinuum, die der Gruppe aktiver Galaxien angehört, die nach ihm "Seyfert-Galaxien" genannt werden. Heute sind mehrere Typen aktiver galaktischer Kerne bekannt, die nach [Br90] nach ihrer Leuchtkraft klassifiziert werden können und danach, ob ihre Aktivität thermischen (Emissionslinien) oder nicht-thermischen Ursprungs (Jet-Quellen) ist. Bei denen mit thermischen Quellen werden die leuchtkräftigsten (10^{41} Watt bis etwa $4 \cdot 10^{38}$ Watt) quasistellare Objekte (QSO) genannt. Daran schließen sich bis zu einer Leuchtkraft von etwa 10^{34} Watt die Seyfert-Galaxien an. Diese unterteilen sich in zwei Typen, in die Seyfert-1- und die Seyfert-2-Galaxien. Bei denen vom Typ 1 kommen breite und schmale Emissionslinen vor, bei Typ 2 nur schmale. Die AGN mit Radioquellen werden entsprechend ihrer Leuchtkraft Quasare, BL Lac Objekte und Radiogalaxien genannt. Unterhalb einer Leuchtkraft von etwa 10^{33} Watt läßt sich eine Aktivität nicht mehr beobachten. Es ist aber durchaus möglich, daß auch hier eine schwächere vorhanden ist. Diese Galaxien werden passive Galaxien genannt. Es wurde versucht, ein einheitliches Modell für diese verschiedenen Formen von AGN zu finden. Heute ist das sog. Standardmodell anerkannt, das in [SPNSM89] entwickelt wurde.

Nach diesem Modell gibt es im Zentrum der Muttergalaxie ein supermassereiches Schwarzes Loch, in das das Gas durch eine Akkretionsscheibe einströmt. Die Massenverteilung setzt sich dabei sowohl bei aktiven als auch bei passiven Galaxien aus den folgenden Anteilen zusammen (siehe auch [YFB94], [GT87], [BT87]). Zunächst existiert das zentrale Schwarze Loch mit einer Masse M_c von 10^6 bis 10^9 $M_\odot$. Daran schließt sich mit einer Ausdehnung von einigen pc ein zentraler Sternhaufen an. Es folgt eine Scheibe aus Gas, Molekülwolken und Sternen, die eine Ausdehnung von einigen hundert pc hat. Diese Scheibe ist in einem Abstand von einigen pc vom Zentrum zu einem Torus aufgebläht. Nach [AM85] läßt sich dadurch das Auftreten der Seyfert-Galaxien als Typ 1 und Typ 2 erklären. Die breiten Emissionslinien haben ihren Ursprung nah am Kern innerhalb des Torus, der sogenannten "broad-line-region", die schmalen außerhalb in der "narrow-line-region". Der Torus ist undurchsichtig, daher kann man je nach Inklinationswinkel der Galaxie den Kernbereich mit den breiten Linien sehen oder nicht. Die schmalen sind in jedem Fall beobachtbar.

Auf Längenskalen von einigen kpc schließt sich eine Verteilung dunkler Materie an.

Die Materie akkretiert in das Schwarze Loch und dissipiert dabei Energie. Dies erklärt die thermische Leuchtkraft nicht-stellaren Ursprungs. Wie stark diese Leuchtkraft ist, also wie aktiv die Galaxie ist, hängt nun davon ab, wie groß die einzelnen Beiträge zur Massenverteilung sind und wie effektiv die Materie nach innen transportiert wird.

In vorangegangenen Arbeiten ([LDB93], [BDL93], [LBDLS93], [Wa94]) wurde gezeigt, daß beobachtete Radialgeschwindigkeiten von Molekülwolken in einem Bereich von einigen hundert pc als Indikator für das Geschwindigkeitsfeld benutzt werden können. Dazu wurde eine Massenverteilung angenommen, die sich aus der Zentralmasse M_c und einer Hintergrundverteilung M_b zusammensetzt. Die Hintergrundverteilung wurde als Potenzgesetz angenommen und an Beobachtungsdaten angepaßt. Aufgrund der beobachteten Radialgeschwindigkeiten konnten dann die Lagen der Wolken bestimmt werden.

Bei anderen Galaxien ist die Lage einer Molekülwolke direkt meßbar, da die Blickrichtung im allgemeinen nicht in der Ebene der Galaxie liegt, wie es bei den Beobachtungen zu unserem Galaktischen Zentrum der Fall ist.
In dieser Arbeit wird untersucht, ob umgekehrt bei Beobachtung von Molekülwolken in Seyfert-Galaxien aus Radialgeschwindigkeit und Ort die Massenverteilung abgeleitet werden kann. Diese könnte dann mit der Massenverteilung in unserer Galaxis verglichen werden und man könnte Erklärungen finden, warum eine Seyfert-Galaxie im Gegensatz zu unserer Galaxis eine Aktivität zeigt.

In diesem Zusammenhang gibt es zwei große Fragenkomplexe. Der erste beschäftigt sich mit der Frage, ob bei Beobachtung von Radialgeschwindigkeiten die Bestimmung der Massenverteilung eindeutig ist. Zum Beispiel ist nicht a priori voraussetzbar, daß sich die Molekülwolken in einer Ebene befinden oder daß sie sich auf Akkretionsbahnen bewegen wie in unserer Galaxis. Es wird untersucht, welchen Einfluß unterschiedliche Annahmen auf die Bestimmung der Massenverteilung haben.
Der zweite bezieht sich auf die Beobachtungstechnik. Seyfert-Galaxien haben typischerweise Entfernungen von einigen 10 Mpc. Normale Langzeitaufnahmen liefern aufgrund der Auflösungsbegrenzung der Atmosphäre so geringe Winkelauflösungen, daß die Orte von Molekülwolken nicht aufgelöst werden können. Somit ist es nicht möglich, einer einzelnen Wolke die entsprechende Radialgeschwindigkeit zuzuordnen. Abhilfe schaffen hochauflösende Techniken, die die Auflösungsbegrenzung überwinden. In dieser Arbeit wird untersucht, ob mit Hilfe der "Speckle-Masking-Methode", einer interferometerischen Technik, die nötigen Informationen gewonnen werden können.

Damit gliedert sich die Arbeit in die zwei Teile "Theorie der Dynamik von Molekülwolken" und "Hochauflösende Beobachtungen von Seyfert-Galaxien". In Kapitel 1 werden die im ersten Teil zu untersuchenden Fragen präzisiert, es folgt in Kapitel 2 die Definition der Koordinaten und der Geometrie der Anordnung. Kapitel 3 beschäftigt sich allgemein mit der Bewegung eines Teilchens in einem durch die gegebene Massenverteilung erzeugten Potential. Dabei wird unterschieden zwischen der allgemeinen Bewegung im reibungsfreien Fall, bei der Rosettenbahnen vorkommen, die nicht in einer Ebene liegen müssen, und der Bewegung innerhalb einer Akkretionsscheibe. Kapitel 4 untersucht auf dieser Grundlage, wie mit Hilfe des statistischen Verfahrens der Monte-Carlo-Simulation allgemeine Aussagen über die Unterscheidbarkeit verschiedener Modelle gemacht werden können. Dabei wird nicht das gesamte Geschwindigkeitsfeld zur Grundlage genommen, sondern in realistischer Weise Orte von Molekülwolken vorgegeben. Kapitel 5 präsentiert die Ergebnisse dieser Simulation von Beobachtungsdaten im allgemeinen Fall und in Kapitel 6 wird die Methodik auf den aktuellen Fall der Untersuchungen zu der aktiven Galaxie NGC 4258 angewendet.

Damit ist der erste Teil abgeschlossen. Der zweite beginnt in Kapitel 7 mit einem Überblick über verschiedene hochauflösende Methoden, nachdem der Einfluß der Atmosphäre auf astronomische Beobachtungen erläutert wurde. Diese Arbeit beschäftigt sich im folgenden mit der Speckle-Masking-Methode. Diese wird daher in Kapitel 8 ausführlicher erklärt, und in Kapitel 9 werden Speckle-Masking-Untersuchungen anhand der Seyfert-1-Galaxie NGC 1566 durchgeführt. Die dabei aufgetretenen Probleme werden in Kapitel 10 näher untersucht und es werden methodische Untersuchungen und Entwicklungen angestellt. In Kapitel 11 wird dies auf die Seyfert-2-Galaxie NGC 1386 angewendet.

Als Ergebnis des ersten Teils ergibt sich, daß sich bei der Simulation von Beobachtungsdaten in vielen Fällen die beobachtbaren Radialgeschwindigkeiten bei Annahme von Keplerschen Kreisbahnen innerhalb einer Ebene um einen meßbaren Betrag von denen unterscheiden, bei denen Akkretionsbahnen angenommen werden. Die Unterscheidung zu allgemeinen Rosettenbahnen sphärisch verteilter Wolken ist weniger deutlich, jedoch nicht prinzipiell unmöglich.
Vergleicht man simulierte Beobachtungsdaten fiktiver Galaxien verschiedener Parameter am Beispiel der Annahme Keplerscher Kreisbahnen miteinander, so sieht man, daß die Unterschiede in den meisten der betrachteten Fälle meßbar sind. Je nach Parameter können zur Unterscheidung Wolken nötig sein, die eine besondere Lage haben. So gelingt z.B. erwartungsgemäß die Bestimmung der Zentralmasse eher bei Beobachtung zentrumsnaher als bei der zentrumsferner Wolken.
Das bisherige Verfahren der Simulation von Beobachtungsdaten macht jedoch nur Aussagen darüber, ob sich verschiedene Modelle überhaupt meßbar unterscheiden. Es ist nicht in der Lage, an Beobachtungsdaten die Parameter eines Modells anzupassen. Dazu ist die Anwendung eines sogenannten χ^2-Anpasssungstests in Vorbereitung. Diese Methode sucht die Parameter, für die die Funktion χ^2, die im wesentlichen aus dem mittleren Abstandsquadrat zwischen den Beobachtungsdaten und den Modelldaten besteht, minimal ist. Damit wäre eine Invertierung der bisherigen Methode erreicht. Allerdings liefert diese Methode keine Aussage darüber, ob die erhaltene Lösung eindeutig ist, oder ob es weitere Lösungen gibt, für die χ^2 einen ebenso oder eventuell sogar noch geringeren Wert hat. Sie findet lediglich das den Startwerten nächstgelegene Minimum.
Als weiteres Ziel muß also noch eine Methode entwickelt werden, die sämtliche Minima aller möglichen Modelle findet. Dann erst weiß man sicher, ob die Parameterbestimmung eindeutig ist, oder ob eventuell eine ebenso gute Lösung bei Annhame eines anderen Modells mit einem anderen Parametersatz möglich ist.
Bei den oben erwähnten Ergebnissen der Simulation ist lediglich eine mittlere Abweichung errechnet worden. Nicht berücksichtigt wurde dabei bislang, daß sich bei Zuordnung zwischen Ort einer Molekülwolke und ihrer Radialgeschwindigkeit für verschiedene Modelle charakteristisch andere Lösungen ergeben, die im Mittel nicht mehr berücksichtigt sind. Daher ist zu erwarten, daß bei Hinzunahme dieser Informationen die Entscheidung für ein Modell und die Bestimmung der Massenverteilung gelingt.

Im zweiten Teil wird gezeigt, daß es mit Hilfe der Speckle-Masking-Methode durch Verarbeitung von Kurzzeitaufnahmen, bei denen innerhalb der Belichtungszeit keine Schwankungen der Atmosphäre auftreten, möglich ist, Bilder zu rekonstruieren, die in der Auflösung lediglich beugungstheoretisch begrenzt sind. Bilder der Seyfert-1-Galaxie NGC 1566 und der Seyfert-2-Galaxie NGC 1386 werden auf diese Weise rekonstruiert. Auf der Farbtafel (Abbildung 0.1) sind oben links das zentrierte Langzeitbild und oben rechts die Speckle-Masking-Rekonstruktion des

Kerns von NGC 1566 gezeigt. Unten links und unten rechts sind die entsprechenden Bilder von NGC 1386 zu sehen. In beiden Fällen zeigen die Langzeitbilder lediglich, daß es innerhalb des Kerns eine Struktur gibt. Es können jedoch keine einzelnen Molekülwolken aufgelöst werden. Die Speckle-Masking-Rekonstruktionen hingegen lassen deutlich die Positionen von jeweils etwa sechs bis acht Molekülwolken erkennen. Die Bilder zeigen auch, daß man die Galaxie NGC 1566 etwa face-on sieht, man also senkrecht auf die Ebene schaut, die Galaxie NGC 1386 hingegen etwa edge-on, man also sehr schräg in den molekularen Torus hineinschaut. Dies stimmt mit der Einteilung überein, daß es sich bei NGC 1566 um eine Seyfert-1- und bei NGC 1386 um eine Seyfert-2-Galaxie handelt.
Allerdings läßt sich bei stark flächenhaften Objekten, wie es Galaxien sind, nicht die beugungstheoretische Auflösung erreichen, da das Signal-zu-Rausch-Verhältnis gering und die Kompensation des Photonen-Bias schwierig ist. In den hier gezeigten Fällen konnte eine Auflösungssteigerung von 1" auf 0.5" erreicht werden, prinzipiell sind jedoch durch Aufnahme einer größeren Anzahl von Einzelbildern höhere Auflösungssteigerungen möglich. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis ist dabei proportional zur Wurzel der Anzahl der Einzelbilder.
Bislang gibt es keine Speckle-Spektroskopie Daten von Seyfert-Galaxien, die man benötigt, um die Radialgeschwindigkeiten zu messen. Es ist allerdings ein Spektrograph entwickelt worden, der schon erfolgreich auf helle Objekte angewendet wurde. Geht man bei den Seyfert-Galaxien von reinen Emissionsobjekten aus (was man z.B. durch einen engen Filter realisieren kann), so verschiebt sich der Ort jeder Wolke entsprechend ihrer Radialgeschwindigkeit. Dadurch wird das Objekt nicht komplexer und man kann die gleiche Auflösung wie bei den entsprechenden Bildern ohne Einsatz des Spektrographen erreichen. Allerdings wird durch den Filter wiederum das Signal-zu-Rausch-Verhältnis wegen der geringeren Photonenzahl pro Bild geringer.

Insgesamt läßt sich also sagen, daß man in Zukunft erwarten kann, mit Hilfe der Speckle-Masking-Methode Orte und Radialgeschwindigkeiten einzelner Molekülwolken zu messen, wenn auch nicht mit der optimalen Auflösung.
Aufgrund der bisherigen Ergebnisse der Simulation von Beobachtungsdaten ist zu erwarten, daß sich daraus entscheiden läßt, welches Modell am besten zur Beschreibung benutzt werden kann und daß sich dann die Massenverteilung bestimmen läßt.
Aufgrund der Schwierigkeiten der Beobachtung und der Anforderungen der Theorie werden Galaxien mit speziellen Eigenschaften zu finden sein. Sie müssen einen mittleren Inklinationswinkel haben, bei möglichst hoher Intensität einer Emissionslinie möglichst kompakt sein, um ein möglichst hohes Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu liefern und dabei eine genügende Anzahl von Molekülwolken zeigen. Von einer solchen Galaxie müßten dann möglichst viele Einzelbilder aufgenommen werden.

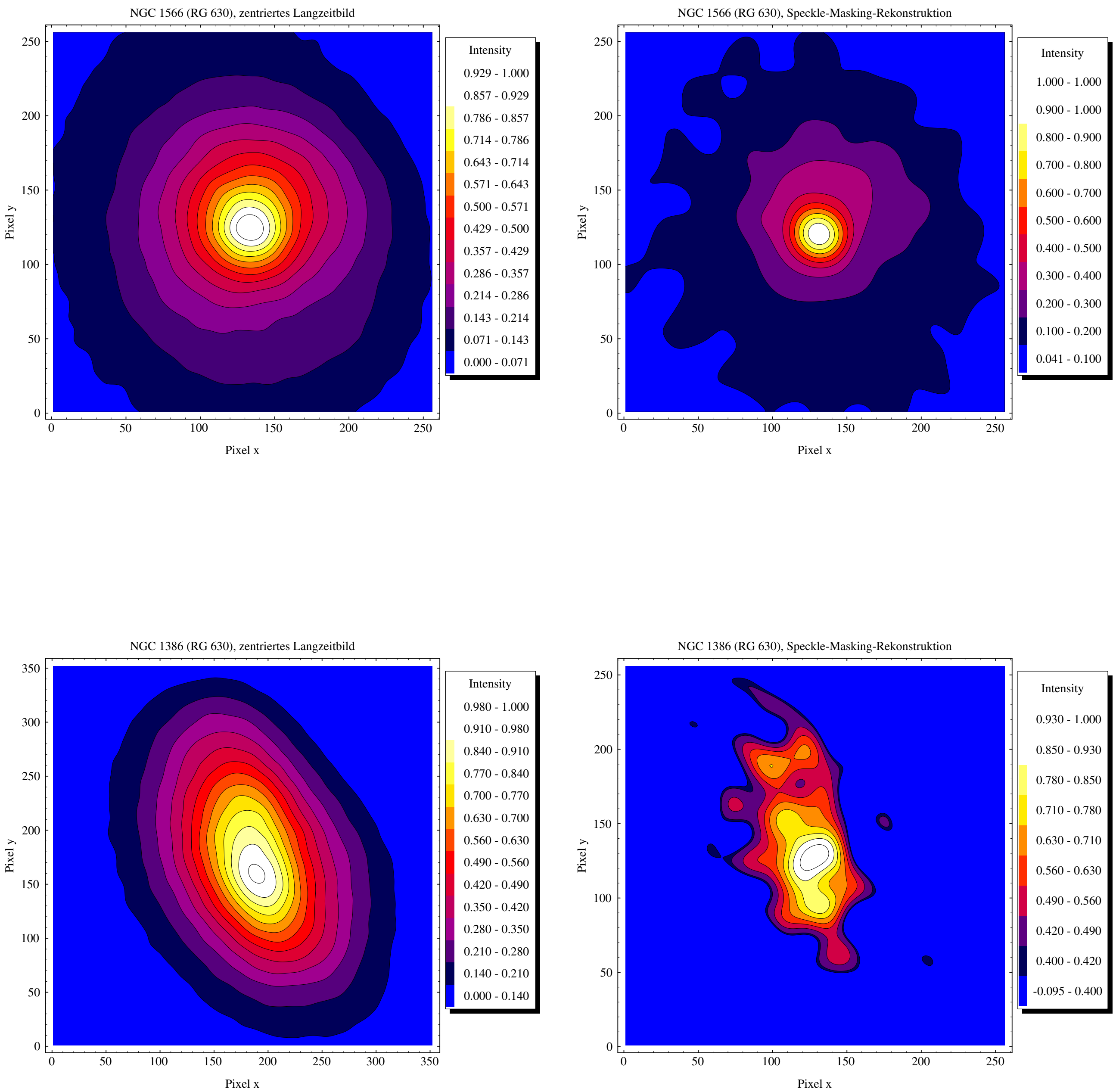

Abbildung 0.1: Diese Farbtafel zeigt oben links das Kontur-Bild des zentrierten Langzeitbildes des Seyfert-1-Kerns von NGC 1566, oben rechts das der zugehörigen Speckle-Masking-Rekonstruktion und unten die entsprechenden Darstellungen des Seyfert-2-Kerns von NGC 1386. Ein Pixel entspricht jeweils $0\overset{''}{.}016$ oder 1.30 pc bei NGC 1566 und 1.33 pc bei NGC 1386. Die Langzeitbilder zeigen in beiden Fällen lediglich, daß es eine Struktur innerhalb des Kerns gibt. Erst bei den Speckle-Masking-Rekonstruktionen sind einzelne Molekülwolken aufgelöst.

Teil I

Theorie der Dynamik von Molekülwolken in Seyfert-Kernen

1. Einleitung und Fragestellungen

In diesem Teil der Arbeit soll der Potentialverlauf im inneren etwa 600 pc im Durchmesser großen Bereich von Seyfert-Galaxien untersucht werden. Dazu wird auf den Grundlagen des Modells aufgebaut, wie es in [LDB93], [BDL93], [LBDLS93] und [Wa94] verwendet wurde. Es wird wie dort eine Massenverteilung angenommen, die durch $M(r) = M_c + M_b(r)$ beschrieben wird. Dabei ist M_c die Zentral- und $M_b(r)$ die Hintergrundmasse. Sodann wird die Bewegung von Probeteilchen in dem durch diese Massenverteilung erzeugten Potential untersucht. Dabei wird jedoch im weiteren nicht, wie in den oben angegeben Stellen, sogleich das Modell einer Akkretionsscheibe verwendet, sondern zunächst die reibungsfreie allgemeine Bewegung betrachtet, bei der auch nicht a priori angenommen wird, daß die Teilchen eine Energie und einen Drehimpuls haben, die einer Kreisbahn entsprechen. Auch müssen sich die Teilchen nicht in einer Ebene befinden. Im allgemeinen Fall ergeben sich Rosettenbahnen, ellipsenähnliche, nicht geschlossene Bahnen.
Da jedoch durch Reibung Rosettenbahnen zirkularisiert werden und Teilchen nach innen driften, ist es nicht unwahrscheinlich, daß sich auch in anderen Galaxien Akkretionsscheiben formieren, und es wird im Anschluß ein einfaches Scheibenmodell entwickelt.
Damit kann man zwischen fünf Modellen unterscheiden:

- Kreisbahnen ohne Akkretion, in einer Ebene
- Kreisbahnen ohne Akkretion, nicht in einer Ebene
- Rosettenbahnen ohne Akkretion, in einer Ebene
- Rosettenbahnen ohne Akkretion, nicht in einer Ebene
- Kreisbahnen mit Akkretion, in einer Ebene

Die Näherung der geometrisch dünnen Scheiben, wie sie für das Akkretionsscheibenmodell verwendet wird, setzt Kreisbahnen in einer Ebene voraus, so daß mit Akkretion nur das eine Modell auftaucht. Im Hinblick auf die Bestimmung des Potentialverlaufs mit Hilfe der Messung von Radialgeschwindigkeiten von Molekülwolken ergibt sich die Frage, welche statistischen Aussagen sich bei einer Anzahl N untersuchter Molekülwolken machen lassen. Im einzelnen sollen die folgenden Fragestellungen untersucht werden:

- Ist es möglich, anhand der Beobachtungsdaten zwischen den oben aufgezählten Modellen zu unterscheiden ?
- Wenn eine Entscheidung für ein Modell gelungen ist, lassen sich dann die Parameter bestimmen ?
- Wie müssen die Beobachtungen beschaffen sein, um möglichst weitreichende und genaue Aussagen über die beiden ersten Fragen zu erhalten ?

2. Koordinaten und Geometrie

In den nächsten Kapiteln soll zunächst die Bewegung eines Probeteilchens im Potential einer Galaxie mit vorgegebener Massenverteilung untersucht werden. Die Massenverteilung wird als kugelsymmetrisch angenommen, wobei das Potential in einem Punkt nur vom Abstand dieses Punktes vom Mittelpunkt der Massenverteilung abhängt. Zur Projektion der Orts- und Geschwindigkeitskoordinaten wird jedoch der tatsächliche Ort des Probeteilchens benötigt. Zur Beschreibung werden die im folgenden erklärten Koordinaten verwendet.
Das Probeteilchen bewegt sich innerhalb einer Ebene [1], die durch den Ort des Teilchens im dreidimensionalen Raum und den Mittelpunkt der Galaxie festgelegt ist. Der verbleibende zweite Richtungsvektor der Ebene wird ohne Beschränkung der Allgemeinheit senkrecht zur Beobachtungsrichtung gewählt. Innerhalb der Ebene wird die Lage des Teilchens durch die Koordinaten x_g und y_g beschrieben (der Ursprung liegt im Zentrum der Galaxie). Es hat dort eine Bahngeschwindigkeit $\vec{v}$, die in Polarkoordinaten durch die Anteile in radialer (v_r) und azimutaler (v_φ) Richtung in Betrag und Richtung gegeben sei. Der Beobachter befindet sich auf der z-Achse. Wie oben gewählt, liegt diese senkrecht auf der x_g-Achse. Die $x_g - y_g$ - Ebene ist gegenüber der $x_g - z$ - Ebene um den Winkel ω im mathematisch positiven Umlaufsinn gedreht. Der Beobachter sei so weit von der Galaxie entfernt, daß die Blickrichtungen auf verschiedene Punkte der Galaxie gleich sind. Er beobachtet dann ein auf eine senkrecht zu seiner Beobachtungsrichtung liegende Ebene projeziertes Bild der Galaxie. Diese Ebene wird durch die Achsen x und y aufgespannt. Aufgrund der Dopplerverschiebung des ankommenden Lichts ist er in der Lage, den Geschwindigkeitsanteil des Probeteilchens zu messen, der parallel zu seiner Beobachtungsrichtung liegt und mit dem Namen v_b bezeichnet werden soll. Da die x_g - Richtung senkrecht zur Beobachtungsrichtung gewählt war, kann ein Geschwindigkeitsanteil in dieser Richtung nicht gemessen werden. Daher wird zunächst die Projektion v_y der Geschwindigkeit $\vec{v}$ auf die y_g - Achse gebildet. Dieser Anteil wird dann auf die z-Achse projeziert und man erhält den beobachtbaren Geschwindigkeitsanteil v_b. Zwischen den für den Beobachter meßbaren Größen x, y und v_b einerseits und den in der Bahnebene definierten Größen x_g, y_g, v_r und v_φ andererseits besteht der folgende Zusammenhang:

$$
\begin{aligned}
x &= x_g && (2.1)\\
y &= y_g \cos(\omega) && (2.2)\\
v_b &= \sqrt{v_\varphi^2 + v_r^2}\,\sin(\arctan(\frac{v_\varphi}{v_r}) + \arctan(\frac{y_g}{x_g}))\,\sin(\omega) && (2.3)\\
&= \frac{x_g\,v_\varphi + y_g\,v_r}{\sqrt{x_g^2 + y_g^2}}\,\sin(\omega) && (2.4)
\end{aligned}
$$

Aus den Formeln ergeben sich einige offensichtliche Spezialfälle.

Ist $\omega = 0$ Grad, so ist $y = y_g$, die Bahnebene steht senkrecht zur Blickrichtung. Betrachtet man eine Galaxie als Scheibe in dieser Ebene, so wird der Winkel ω als Inklinationswinkel und dieser Fall als *face-on* - Sicht bezeichnet.
Dabei erhält man eine maximal mögliche Ortsauflösung, die meßbare Geschwindigkeitskomponente v_b verschwindet jedoch.

[1] wegen des Zentralfeldcharakters können aufgrund der Drehimpulserhaltung nur Bahnen in einer Ebene und keine beliebigen dreidimensionalen Bahnen existieren. (siehe Abschnitt 3.18)

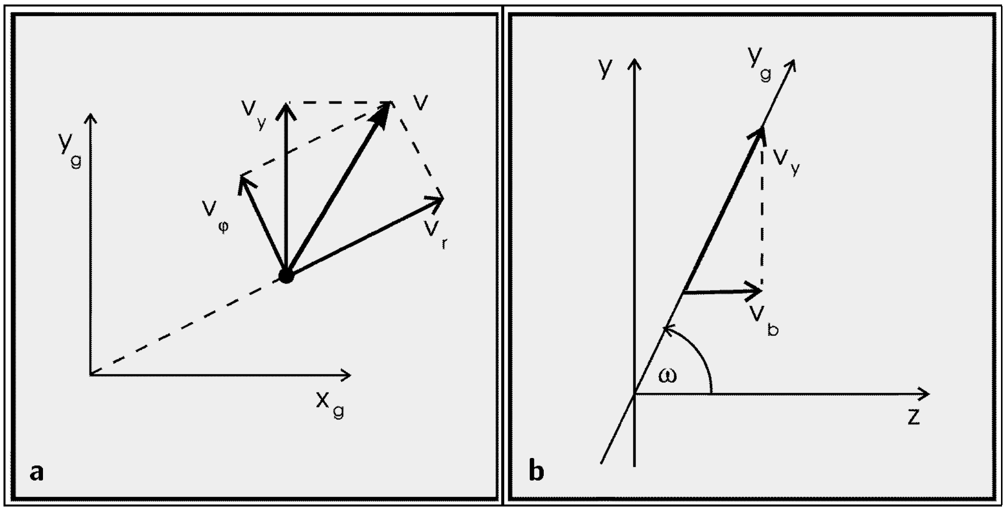

Abbildung 2.1: Zur Definition der Orts- und Geschwindigkeitskoordinaten. a: Koordinaten und Geschwindigkeiten innerhalb der Bahnebene des Probeteilchens. b: Lage der Bahnebene in Bezug auf den Beobachter, der sich auf der z-Achse befindet.

Ist $\omega = 90$ Grad, so ist die Geschwindigkeitsauflösung maximal, die Ortsauflösung in y-Richtung jedoch null.
Dieser Fall wird entsprechend als *edge-on* - Sicht bezeichnet.
Um sowohl eine möglichst gute Orts- als auch Geschwindigkeitsauflösung zu haben, ist eine Galaxie vonnöten, die einen mittleren Inklinationswinkel hat.

Ist $y_g = 0$, so ist die Richtung des Geschwindigkeitsanteils v_r gleich der Richtung der x - Achse, liegt also senkrecht zur Beobachtungsrichtung und ist damit nicht meßbar. Der beobachtbare Geschwindigkeitsanteil $|v_b|$ reduziert sich dann auf $|v_b| = |v_\varphi \ \sin(\omega)|$

Ist $x_g = x = 0$, so ist entsprechend der Geschwindigkeitsanteil v_φ nicht meßbar und es gilt $|v_b| = |v_r \ \sin(\omega)|$

Im folgenden wird nun die Bewegung eines Teilchens innerhalb seiner Bahnebene betrachtet. Zur Berechnung der Bahngeschwindigkeit werden Polarkoordinaten (r,φ) verwendet. Wegen der Kugelsymmetrie des Potentials hängen die Geschwindigkeitskomponenten v_φ und v_r jedoch nur vom Abstand seines Ortes vom Zentrum der Galaxie r ab. Es besteht keine Abhängigkeit vom Azimutwinkel φ, d.h. $\frac{\partial}{\partial\varphi}(v_\varphi, v_r) = 0$. Daher wird die Größe r durch

$$r = \sqrt{x_g^2 + y_g^2} \tag{2.5}$$

eingeführt und daraus die Geschwindigkeitsanteile v_r und v_φ berechnet. Mit Hilfe der Formeln 2.1 bis 2.4 und 2.5 lassen sich dann die beobachtbaren Größen x, y und v_b berechnen.

3. Bewegung eines Teilchens im Feld einer gegebenen Massenverteilung

In diesem Kapitel soll nun die Bewegung eines Probeteilchens in dem durch eine gegebene Massenverteilung bestimmten Potential untersucht werden. Es werden zunächst die Grundgleichungen erläutert, dann die Bewegung für den Fall untersucht, daß keine Wechselwirkung mit anderen Teilchen, also keine Reibung stattfindet und schließlich die Bewegung bei Anwesenheit einer Viskosität.
Das Problem der Bewegung eines Teilchens in einem beliebigen Potential ist in Lehrbüchern der Theoretischen Mechanik bzw. Hydrodynamik behandelt, hier wurden [LL64], [LL91], [FKR92], [KW94] verwendet. Das Probeteilchen wird als punktförmig angenommen und trage die Einheitsmasse.

3.1 Grundgleichungen

Bei Verwendung von Eulerschen Koordinaten gibt es als Grundgleichungen zur Beschreibung der Dynamik die Massenerhaltung in Form der Kontinuitätsgleichung, die Impulserhaltung in Form der Eulerschen bzw. Navier-Stokes-Gleichung und die Energieerhaltung in Form des 1. HS der Thermodynamik.

3.1.1 Eulersche Koordinaten

Die einzigen Kräfte, die in dieser Arbeit betrachtet werden, sind Druck- und Gravitationskraft. Beide werden als sphärisch symmetrisch angenommen, so daß nur die Koordinate r, der Abstand vom Zentrum der Massenverteilung, als räumliche Koordinate gebraucht und verwendet wird. Zur Beschreibung der Zeitabhängigkeit wird die Koordinate t hinzugenommen. Die übrigen Variablen hängen dann von (r, t) ab.

3.1.2 Massenerhaltung-Kontinuitätsgleichung

Zur Beschreibung der Massenverteilung wird die Variable $M(r, t)$ eingeführt, die die zum Zeitpunkt t innerhalb des Radius r eingeschlossene Masse beschreibt (siehe Abbildung 3.1). Eine Variation dM ergibt sich aus der Masse, die im Kugelsegment zwischen r und $r + dr$ eingeschlossen ist und aus dem Massenfluss durch die Kugeloberfläche bei r während der Zeit dt aufgrund einer Radialdriftgeschwindigkeit v:

$$dM = 4\pi r^2 \rho \, dr - 4\pi r^2 \rho v \, dt$$

Es gilt also im einzelnen $\partial M/\partial r = 4\pi r^2\rho$ und $\partial M/\partial t = 4\pi r^2 \rho v$. Nutzt man nun die Vertauschbarkeit der Ableitungen aus, erhält man die Kontinuitätsgleichung für den Fall sphärischer Symmetrie:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial(\rho r^2 v)}{\partial r} \tag{3.1}$$

Allgemein lautet diese:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div}(\rho \vec{v}) \tag{3.2}$$

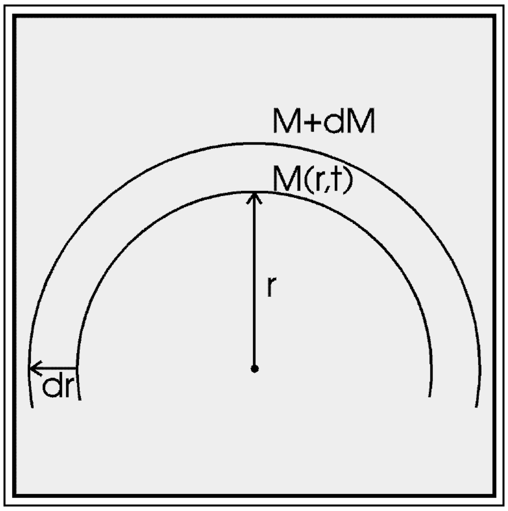

Abbildung 3.1: Die Variable $M(r,t)$ beschreibt die innerhalb des Radius r zur Zeit t eingeschlossene Masse

In Integralschreibweise nach Anwendung des Gaußschen Satzes

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_0}\rho dV = \oint_{\partial V_0}\rho\vec{v}d\vec{f} \tag{3.3}$$

sieht man leicht, daß sie die Massenerhaltung angibt, denn eine Änderung der Masse innerhalb eines Volumens V_0 ist gleich dem Massenfluß $j = \rho\vec{v}$ durch die Oberfläche ∂V_0 des Volumens.

3.1.3 Gravitationsfeld

Das Gravitationspotential $\Phi(r)$ erhält man aus der Poisson-Gleichung

$$\triangle\,\Phi = 4\pi G\rho, \tag{3.4}$$

wenn G die Gravitationskonstante ist.
Die Gravitationsbeschleunigung $\vec{g}$ erhält man durch

$$\vec{g} = -\mathrm{grad}\,\Phi \tag{3.5}$$

Für den Fall sphärischer Symmetrie ist die Richtung auf das Zentrum zu gerichtet. Der Betrag sei g und es gilt $g = \partial\Phi/\partial r$. Gleichzeitig hängt g bei sphärischer Symmetrie an gegebener Entfernung r vom Zentrum nur von der Masse $M(r)$ innerhalb des Radius r und von r selbst in der Form $g = GM(r)/r^2$ ab. Daraus ergibt sich:

$$\frac{\partial\Phi(r)}{\partial r} = \frac{GM(r)}{r^2} \tag{3.6}$$

Für das Gravitationspotential gilt dann schließlich :

$$\Phi(r) = \int_0^r \frac{GM(r_1)}{r_1^2}\,dr_1 \tag{3.7}$$

3.1.4 Impulserhaltung

Die Impulsbilanz wird im reibungsfreien Term durch die Euler-Gleichung beschrieben. Für den speziellen Fall der Bewegung im Zentralfeld gilt die Drehimpulserhaltung. Wird eine Viskosität mit einbezogen, wird ein zusätzlicher Term in die Euler-Gleichung eingebunden und man erhält die Navier-Stokes-Gleichung.

Euler-Gleichung

Für die Impulsbilanz gilt das Newtonsche Gesetz, wonach eine Änderung des Impulses eine Kraft $\vec{F}$ als Ursache hat. Betrachtet man ein Materievolumen mit der Dichte ρ, dann gilt $\rho\, d\vec{v}/dt = \vec{F}$. Hier werden Druck- und Gravitationskraft betrachtet, also $\vec{F} = -\mathrm{grad}\, P + \rho\, \vec{g}$. P ist dabei der skalare Druck. Die Ableitung $d\vec{v}/dt$ ist die substantielle Ableitung. Sie gibt nicht die Geschwindigkeitsänderung der Materie an einem festen Raumpunkt an, sondern die Geschwindigkeitsänderung des sich im Raume bewegenden Materievolumens. Für diese gilt: $d\vec{v}/dt = \partial\vec{v}/\partial t + (\vec{v}\,\vec{\nabla})\vec{v}$. Insgesamt erhält man die Euler-Gleichung:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\,\vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\,\mathrm{grad}\, P - \mathrm{grad}\,\Phi \tag{3.8}$$

Drehimpulserhaltung

Kommt zur reibungsfreien Bewegung hinzu, daß es sich um die Bewegung in einem Zentralfeld handelt dann sind der auf das Zentrum bezogene Drehimpuls $\vec{L}$ und seine Projektion L Erhaltungsgrößen. Es gilt:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{v} = \mathrm{const.} \tag{3.9}$$

$$L = r^2\,\dot{\varphi} = \mathrm{const.} \tag{3.10}$$

Navier-Stokes-Gleichung

Berücksichtigt man energiedissipierende Prozesse, also Reibung, kommt es zur Ausbildung von Drehmomenten zwischen Materieteilchen unterschiedlicher Geschwindigkeit. Zu den in der Euler-Gleichung (3.8) betrachteten Kräfte kommt die aufgrund dieses Drehmomentes entstehende Kraft hinzu. Diese läßt sich als Divergenz eines Spannungstensors $\hat{\sigma}$ schreiben. Man erhält dann[1] $\rho\, d\vec{v}/dt = -\mathrm{grad}\, P - \rho\,\mathrm{grad}\,\Phi + \mathrm{div}\,\hat{\sigma}$. Die Divergenz des Spannungstensors läßt sich schreiben als :

$$\mathrm{div}\,\hat{\sigma} = \eta \triangle \vec{v} + \left(\zeta + \frac{\eta}{3}\right)\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{v}. \tag{3.11}$$

η und ζ sind die *Zähigkeitskoeffizienten*. η wird auch als *dynamische Zähigkeit* und ζ als *zweite Zähigkeit* bezeichnet. Man erhält die Navier-Stokes-Gleichung :

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\,\vec{\nabla})\vec{v}\right] = -\mathrm{grad}\, P - \rho\,\mathrm{grad}\,\Phi + \eta \triangle \vec{v} + \left(\zeta + \frac{\eta}{3}\right)\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{v} \tag{3.12}$$

Nimmt man die Materie als inkompressibel an, so gilt $\mathrm{div}\,\vec{v} = 0$, und man erhält die Bewegungsgleichung in der Form:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\,\vec{\nabla})\,\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\,\mathrm{grad}\, P - \mathrm{grad}\,\Phi + \frac{\eta}{\rho} \triangle \vec{v} \tag{3.13}$$

[1] Dies ist die Darstellung nach [LL91]. Im Allgemeinen wird die Dichte ρ nicht zeitunabhängig sein sondern unter der Zeitableitung stehen, also $d(\rho\,\vec{v})/dt = \ldots$

In diesem Fall wird die Zähigkeit durch einen einzigen Koeffizienten beschrieben, und es wird die *kinematische Zähigkeit*

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \tag{3.14}$$

eingeführt.

3.1.5 Energieerhaltung

Betrachtet man wiederum wie unter Abschnitt 3.1.4 die Bewegung eines einzelnen Teilchens ohne jede Wechselwirkung mit anderen Teilchen in einem Potential, dann gilt für dieses die Energieerhaltung separat. In Polarkoordinaten -wie es später benötigt wird- bedeutet das:

$$E = \frac{1}{2}\,(\dot{r}^2 + r^2\,\dot{\varphi}^2) + \Phi(r) = \text{const.} \tag{3.15}$$

Im Allgemeinen gilt die Energieerhaltung jedoch für das gesamte System. Die totale Energie W setzt sich zusammen aus der Gravitationsenergie E_g und der inneren Energie E_i: $W = E_g + E_i$. L ist die Leuchtkraft des Gesamtsystems, also der Energieverlust pro Zeiteinheit durch Abstrahlung. Dann gilt die Energieerhaltung in Form des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik:

$$\frac{dW}{dt} + L = 0 \tag{3.16}$$

3.2 Massenverteilung

Die Massenverteilung wird beschrieben durch eine Zentralmasse M_c und eine sphärisch symmetrische Hintergrund-Massenverteilung M_b. Falls die Symmetrie in einer Ebene durch eine Akkretionsscheibe gestört wird, kann diese durch eine zusätzliche Komponente M_d beschrieben werden. Da später dieser Formalismus sowohl auf eine Verteilung der Molekülwolken in einer Ebene, in einem Kugelsegment oder über eine gesamte Kugel angewendet werden soll, wird auf einen unsymmetrischen Anteil in der Massenverteilung verzichtet und dieser sozusagen über eine Kugel "ausgeschmiert" und in die Hintergrund-Verteilung mit einbezogen. Im Fall der Scheibe in einer Ebene ist der daraus resultierende Fehler maximal und liegt in der Größenordnung von eins (nach [Du95]). Die Hintergrund-Massenverteilung wird als Potenzgesetz angenommen, und man erhält für die Masse $M(r)$ innerhalb des Radius r :

$$\begin{aligned} M(r) &= M_c + M_b(r) \\ &= M_c + M_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^a \end{aligned} \tag{3.17}$$

Dieser Ansatz folgt Arbeiten zu unserem galaktischen Zentrum in [LDB93], [BDL93], [LBDLS93] und [Wa94]. Für unsere Galaxis sind die Annahmen $M_c = 2 \cdot 10^6\,\mathrm{M}_\odot$ (nach [ZML92]), $M_0 = 1.14 \cdot 10^9\,\mathrm{M}_\odot$, $a = 1.25$ und $r_0 = 100\,\mathrm{pc}$ (nach [SL72], [GT87] und [BDL93]).
Mit Hilfe dieses Potenzgesetzes lassen sich verschiedenste Massenverteilungen beschreiben. M_0 und r_0 sind Skalierungsvariablen, von denen nur eine unabhängig ist. In Abbildung 3.2 sind die Abhängigkeiten der Massenverteilung von den Parametern M_0 und a dargestellt. Der Einfluß des Parameters M_c ist lediglich ein Massenoffset, also eine vertikale Verschiebung der Graphen

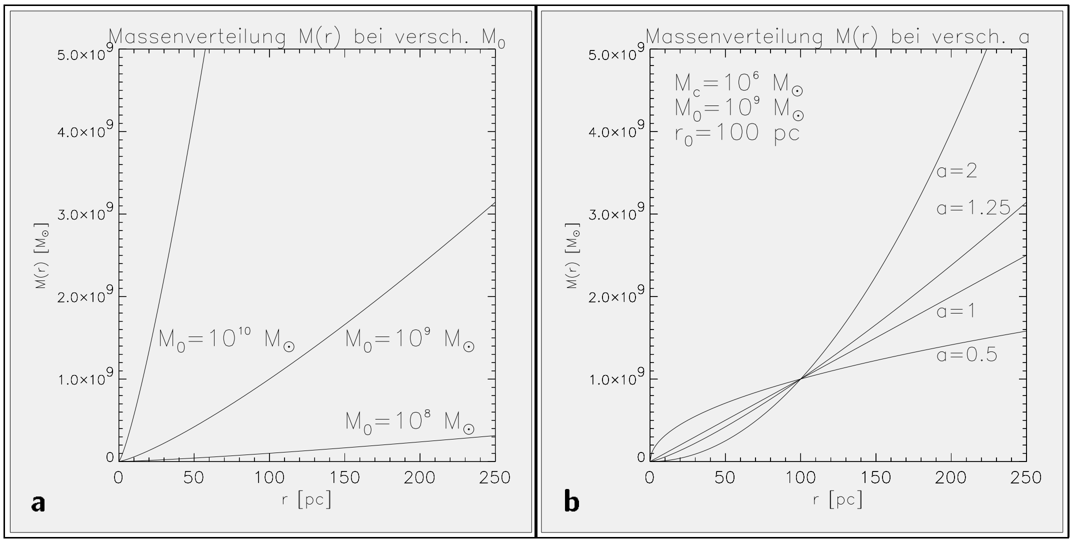

Abbildung 3.2: Abhängigkeiten der Massenverteilung von den Parametern M_0 (in Teil a) und a (in Teil b). Der Parameter M_0 bestimmt die Skalierung. Gezeigt sind die Verteilungen für $M_0 = 10^8, 10^9, 10^{10}\mathrm{M}_\odot$ bei sonst konstanten Parametern. a bestimmt die Form der Verteilung. Gezeigt sind der Wurzelanstieg (a=0.5), der lineare Fall (a=1), der Fall, wie er in unserer Galaxis angenommen wird (a=1.25) und der quadratische Anstieg (a=2).

in der Abbildung. Der Parameter M_0 (bzw. r_0) bestimmt die Skalierung des Anstiegs. Im Abbildungsteil a wird der Verlauf der Massenverteilung für $M_0 = 10^8$, 10^9 und 10^{10} $\mathrm{M}_\odot$ und der ansonsten konstanten Parameter gezeigt. Im Abbildungsteil b ist der Verlauf in Abhängigkeit des Parameters a aufgezeichnet. Dieser Parameter bestimmt die Form des Anstiegs. Man sieht die Fälle $a = 0.5$, also ein Wurzelanstieg, $a = 1$ (linear), $a = 1.25$, wie er in unserer Galaxis angenommen wird, und der quadratische Anstieg mit $a = 2$.

Mit einer solchen Massenverteilung gilt dann nach Gleichung 3.7 für die potentielle Energie, in der sich das Teilchen befindet:

$$\Phi(r) = -\frac{G\, M_c}{r} + \frac{G\, M_0}{(a-1)\, {r_0}^a}\, r^{a-1}. \tag{3.18}$$

3.3 Bewegung eines Teilchens im Zentralfeld ohne Viskosität

In diesem Abschnitt wird die Bewegung eines Probeteilchens in diesem Potential (Gleichung 3.18) untersucht. Es unterliege keinen Wechselwirkungen mit anderen Teilchen, so daß es weder Druckkraft noch Reibung gibt. In diesem Fall gilt die Drehimpulserhaltung nach Gleichungen 3.9 und 3.10. Die Energieerhaltung gilt für das Teilchen separat, also wie in Gleichung 3.15 angegeben. Die Konstanz von $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{v}$ bedeutet, da $\vec{L}$ und $\vec{r}$ senkrecht aufeinander stehen, daß $\vec{r}$ in der Ebene verbleibt, die senkrecht auf $\vec{L}$ steht. Damit sind nur Bahnen innerhalb einer Ebene und keine beliebigen dreidimensionalen Bahnen möglich (vgl. Abschnitt 2). Die Bewegungsgleichung ist die Euler-Gleichung (3.8), wenn man berücksichtigt, daß die Druckkraft keine Rolle spielt. Es lassen sich die Geschwindigkeitskomponenten und die Bahngleichung jedoch einfacher aus den Erhaltungsgleichungen 3.10 und 3.15 ableiten. Gibt man die Werte für den Drehimpuls L und die Gesamtenergie E des Teilchens vor, dann lassen sich hieraus die gesuchten Größen bestimmen.

3.3.1 Geschwindigkeitskomponente in azimutaler Richtung

Die Gleichung der Drehimpulserhaltung (3.10) ergibt mit $v_\varphi = r\,\dot{\varphi}$ sofort die Geschwindigkeitskomponente in azimutaler Richtung v_φ :

$$v_\varphi = \frac{L}{r} \tag{3.19}$$

3.3.2 Geschwindigkeitskomponente in radialer Richtung

Setzt man die Drehimpulserhaltung 3.10 in die Gleichung der Energieerhaltung ein, so erhält man:

$$E = \frac{\dot{r}^2}{2} + \frac{L^2}{2\,r^2} + \Phi(r) \tag{3.20}$$

Man sieht hier, daß sich die Bewegung in radialer Richtung als eindimensionale Bewegung im folgenden effektiven Potential U_{eff} beschreiben läßt:

$$U_{\mathit{eff}}(r) = \Phi(r) + \frac{L}{2\,r^2} \tag{3.21}$$

Der Term $L/2\,r^2$ ist der *Zentrifugalterm*.
Für die gesuchte Geschwindigkeitskomponente in radialer Richtung v_r gilt dann mit $v_r = \dot{r}$:

$$v_r = \pm\sqrt{2\,(E - U_{\mathit{eff}}(r))} \tag{3.22}$$

Für die radiale Richtung der Geschwindigkeitskomponente sind beide Vorzeichen möglich. Die anschauliche Bedeutung wird in 3.4 dargestellt.

Damit sind bereits die in dieser Arbeit über den reibungsfreien Fall benötigten Informationen gewonnen. Gleichungen 3.19 und 3.22 geben die Geschwindigkeitskomponenten in azimutaler bzw. radialer Richtung in Abhängigkeit vom Abstand r bei gegebenem Drehimpuls und gegebener Gesamtenergie des Teilchens an. Daraus können dann mit Hilfe der Gleichungen 2.1 bis 2.5 in Abschnitt 2 die beobachtbaren Größen bestimmt werden.
Allerdings wird man nicht Drehimpuls und Gesamtenergie vorgeben wollen, da dies unanschaulich wäre, sondern stattdessen eher Bahninformationen wie z.B. die Elliptizität der Bahn.

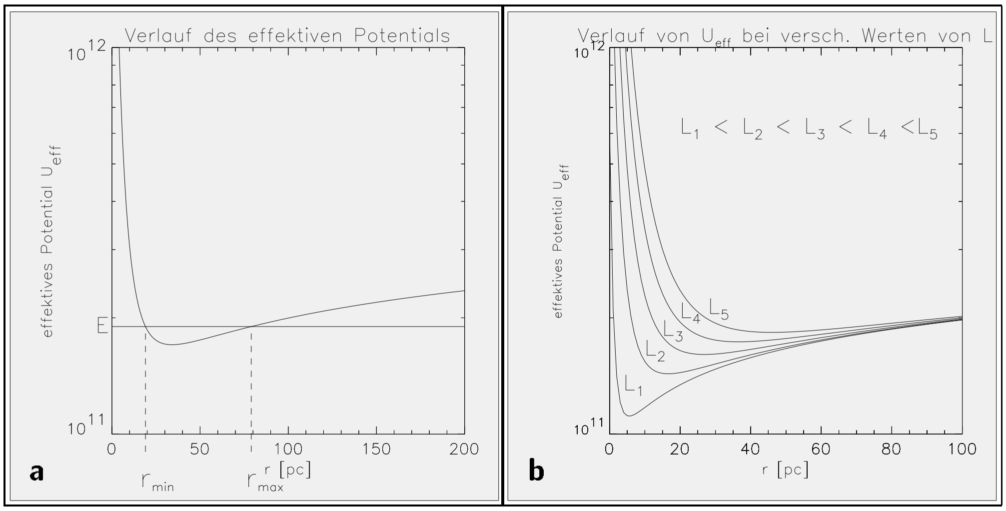

Abbildung 3.3: Aus dem Verlauf des effektiven Potentials lassen sich Bahninformationen über den radialen Anteil gewinnen. Teil a zeigt einen typischen Verlauf bei gegebenem Wert für den Drehimpuls L und die Gesamtenergie E. Bahnen sind zwischen den Radien r_{min} und r_{max} möglich. Teil b zeigt die Abhängigkeit des Verlaufs des effektiven Potentials von unterschiedlichen Werten des Drehimpulses L. Bei kleinerem L verschiebt sich das Minimum zu kleineren Energiewerten und geringeren Radien.

3.3.3 Diskussion des effektiven Potentials

Der Winkel φ der Bahn ändert sich nach Gleichung 3.10 monoton. Interessante Bahninformationen über den radialen Teil lassen sich aus der Form des effektiven Potentials gewinnen.

Form des effektiven Potentials

U_{eff} sei hier in seiner r-Abhängigkeit noch einmal explizit angegeben:

$$U_{eff} = \underbrace{-\frac{C_1}{r}}_{\text{Term 1}} \underbrace{+C_2\ r^{a-1}}_{\text{Term 2}} \underbrace{+\frac{C_3}{r^2}}_{\text{Term 3}} \tag{3.23}$$

Es sei $a > 1$ vorausgesetzt. C_1, C_2 und C_3 sind bei gegebenem L positive Konstanten. Für $r \to 0$ geht Term 2 gegen Null und Term 3 schneller gegen $+\infty$ als Term 1 gegen $-\infty$, also gilt $\lim_{r\to 0} U_{eff} = \infty$. Für $r \to \infty$ gehen Term 1 und Term 3 gegen Null und Term 2 gegen $+\infty$, also : $\lim_{r\to\infty} U_{eff} = \infty$. Dazwischen liegt ein Minimum. Desweiteren sei die Gesamtenergie E des Teilchens gegeben. In Teil a der Abbildung 3.3 ist ein typischer Verlauf des effektiven Potentials U_{eff} gezeigt. Teil b der Abbildung 3.3 zeigt die Abhängigkeit des effektiven Potentials vom Drehimpuls L. Mit sinkendem Drehimpuls wandert das Minimum des effektiven Potentials zu geringeren Energien und kleineren Radien.

Bestimmung von Bahnparametern

Nach Gleichung 3.22 sind Bahnen nur für $U_{eff} \leq E$ erlaubt. An den Grenzen dieses Bereiches gilt $U_{eff} = E$ und somit $v_r = 0$. Diese Stellen sind Umkehrpunkte der Bahn und kennzeichnen den minimalen (r_{min}) bzw. maximalen (r_{max}) Abstand vom Zentrum. Innerhalb dieses Bereiches ist die Bahn durch $r_{min} < r < r_{max}$ eingeschränkt. Sie ist finit und verläuft vollständig im ringförmigen Gebiet zwischen [2] r_{min} und r_{max}. Liegt die Energie des Teilchens im Minimum des effektiven Potentials, so gilt $r_{min} = r_{max}$ und die Bahn ist eine Kreisbahn mit Radius $r_{Kreis} = r_{min} = r_{max}$.

Es lassen sich zur Festlegung der Bahn auch umgekehrt der minimale (r_{min}) und maximale (r_{max}) Radius vorgeben und daraus eindeutig[3] Drehimpuls und Energie bestimmen. Für diese gilt dann:

$$L = \sqrt{\frac{2\,(\Phi(r_{max}) - \Phi(r_{min}))\,{r_{min}}^2\,{r_{max}}^2}{{r_{max}}^2 - {r_{min}}^2}} \tag{3.24}$$

$$E = U_{\mathit{eff}}(r_{min}) \tag{3.25}$$

3.3.4 Drehimpuls- und Energieverlust

In diesem Kapitel wird zwar der reibungsfreie Fall betrachtet, bei dem Drehimpuls- und Energieerhaltung für jedes Probeteilchen einzeln gelten, es kann aber in Vorgriff auf das Kapitel 3.4 hier schon einmal der Einfluß von Drehimpuls- und Energieverlust diskutiert werden:

Verliert das Teilchen durch irgendeinen Mechanismus Energie, so rücken bei gegebenem Drehimpuls L und somit gegebenem Verlauf von U_{eff} die Bahnbegrenzungen r_{min} und r_{max} zusammen, und die Bahn wird zirkularisiert bis die Energie das Minimum des effektiven Potentials erreicht hat und die Kreisbahn eingetreten ist.

Verliert das Teilchen Drehimpuls, so wird es durch eine Folge von effektiven Potentialen beschrieben, deren Minimum zu kleineren Radien und kleineren Energien wandert.

Verliert es Drehimpuls und Energie, so ergibt sich, daß die Bahn zirkularisiert wird und sich zu kleineren Radien hin bewegt. Das Teilchen driftet also nach innen, und seine Bahn nähert sich dabei immer mehr der Kreisbahn an.

[2] ist $a < 1$, so gilt $\lim_{r\to\infty} U_{\mathit{eff}} = 0$. Die Bahn ist dann nur durch $r > r_{min}$ eingeschränkt und nicht finit.

[3] bei Festlegung des Vorzeichens des Drehimpulses, also Festlegung einer einheitlichen Vorzugsdrehrichtung für alle Probeteilchen

3.3.5 Allgemeine Lösung des Problems

Beachtet man in Gleichung 3.22, daß $v_r = dr/dt$ ist, führt man eine Trennung der Veränderlichen durch und integriert die Gleichung, dann erhält man:

$$t = \int \frac{dr}{\sqrt{2(E - U_{eff})}} + const \tag{3.26}$$

Schreibt man ferner Gleichung 3.10 als $d\varphi = L/r^2\, dt$, setzt dort dt aus Gleichung 3.22 ein und integriert, so erhält man außerdem:

$$\varphi = \int \frac{L/r^2}{\sqrt{2\,(E - U_{eff})}} dr \tag{3.27}$$

Diese beiden Gleichungen 3.26 und 3.27 stellen die allgemeine Lösung des Problems dar. Gleichung 3.27 ist die Bahngleichung in Polarkoordinaten, sie stellt die Beziehung zwischen r und φ her. Gleichung 3.26 beschreibt die explizite Zeitabhängigkeit der Bewegung.
Abbildung 3.4 skizziert den Verlauf der Bahn. r variiert periodisch zwischen r_{min} und r_{max}. Dabei ändert sich der Winkel φ monoton. Bewegt man sich entlang der Bahn, so durchläuft man z.B. zunächst den vom Zentrum entferntesten Punkt. Hier ändert sich das Vorzeichen von v_r, und man bewegt sich nun auf den Punkt zu, der dem Zentrum am nächsten liegt. Dann durchläuft man einen zum ersten Teil symmetrischen Weg bis man sich wieder am Kreis mit Radius r_{max}

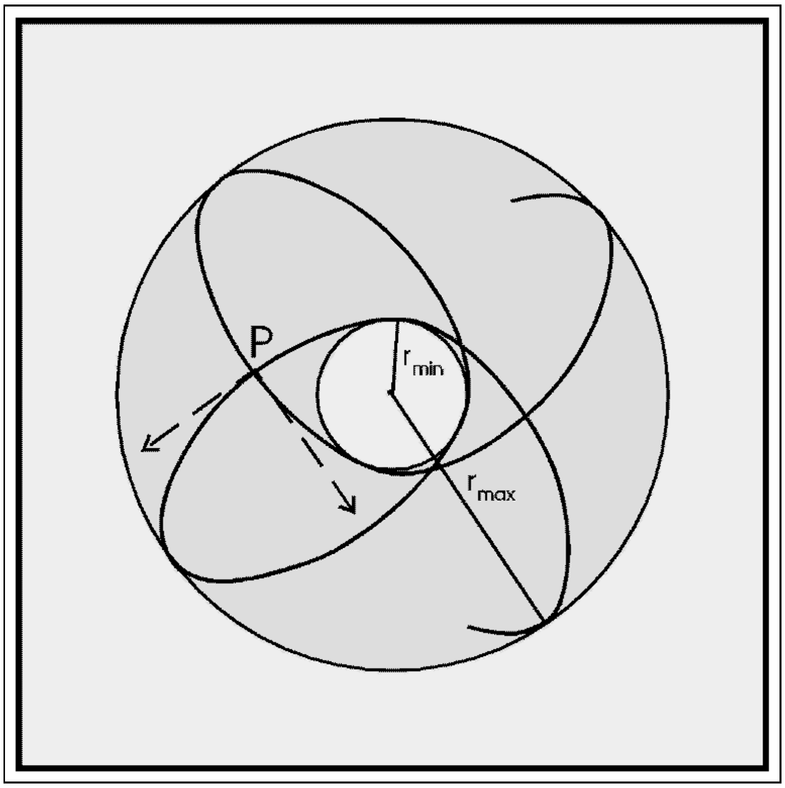

Abbildung 3.4: Skizze der Bahn eines Probeteilchens im Potential.

befindet. Allerdings befindet man sich nun nicht an demselben Punkt wie zu Anfang, sondern um ein Stück versetzt, da sich der Winkel φ monoton ändert. Dieses wiederholt sich beliebig oft, wobei der Ring zwischen r_{min} und r_{max} dicht ausgefüllt wird[4]. In der Skizze ist auch ersichtlich, daß es z.B. am Punkt P durch die Ortskoordinaten nicht festgelegt ist, entlang welcher der beiden gestrichelten Richtungen die Geschwindigkeit verläuft. Diese binäre Unbestimmtheit existiert bei einer dicht ausgefüllten Bahn an jedem Punkt (siehe Gleichung 3.22). Auch ist durch den Ort nicht die Orientierung der Geschwindigkeit gegeben. Diese wird durch die Wahl des Vorzeichens des Drehimpulses in Gleichung 3.10 bzw 3.24 vorgegeben.

[4]es läßt sich zeigen, daß eine geschlossene Bahn nur für ein Potential existiert, das proportional zu $1/r$ oder r^2 ist.

3.4 Bewegung eines Teilchens innerhalb einer Akkretionsscheibe

Im letzten Abschnitt wurde die Bewegung eines einzelnen Probeteilchens im Potential der gegebenen Masenverteilung untersucht. Wird jedoch das Teilchen als Mitglied eines Gasstromes betrachtet, so muß die Wechselwirkung des Teilchens mit anderen des Stroms berücksichtigt werden, vor allem, wenn man bedenkt, daß sich der Strom nach Abschnitt 3.3.5 selbst kreuzt. Diese Wechselwirkung wird durch Viskosität vermittelt. In den gängigen Modellen nimmt man an, daß es sich um turbulente Viskosität handelt. Aufgrund unterschiedlicher Geschwindigkeiten benachbarter Teilchen kommt es zu Ausbildung eines Drehmomentes. Dadurch kann Drehimpuls nach außen und Materie nach innen transportiert werden. Ein einzelnes Teilchen verliert Drehimpuls und dissipiert Energie. Nach den Betrachtungen im Abschnitt 3.3.4 wird seine Bahn dadurch zirkularisiert, und es driftet nach innen. Dieser Prozess verläuft bis zu einer letzten stabilen Bahn. Es gibt einen inneren Rand der Scheibe mit Radius r_i, ab dem das Teichen schließlich entweder vollends nach innen fällt oder die Oberfläche eines Objektes erreicht. Es kann also bei Existenz einer Viskosität eine Kreisbahn angenommen werden. Zusätzlich zur Azimutalkomponente kommt eine vergleichsweise kleine Radialdriftgeschwindigkeit hinzu. Bei diesem Prozeß gilt insgesamt Drehimpuls- und Massenerhaltung. Aus diesen Annahmen und der Voraussetzung, daß sich alle Teilchen in einer Ebene bewegen, gelingt die Entwicklung eines Modells einer Akkretionsscheibe nach der Näherung der geometrisch dünnen Scheiben, wie es z.B. in z.B. [FKR92] beschrieben ist (siehe auch [We43], [Lü52], [SS73]).
Zur Beschreibung der Gleichungen der Akrretionsscheibe wird die übliche Verwendung von Zylinderkoordinaten mit den Voraussetzungen $\partial/\partial\varphi = 0$ und $\partial/\partial z = 0$ übernommen. Im Rahmen der in dieser Arbeit verwendeten Koordinaten wird jedoch dann ein Probeteilchen in einer festgelegten Ebene innerhalb der angenommenen Akkretionsscheibe betrachtet und durch Polarkoordinaten (r,φ) beschrieben. Es wird lediglich die Geschwindigkeit eines Teilchens an gebenenem Ort unter Annahme der Gültigkeit eines Akkretionsscheibenmodells berechnet. Globale Betrachtungen über die Scheibe und Verifizierung der Voraussetzungen werden nicht angestellt und diesbezüglich auf die vorangegangenen Arbeiten ([LDB93], [BDL93],[LBDLS93],[Wa94]) verwiesen.

3.4.1 Annahmen

Zur Beschreibung der Akkretionsscheibe werden die folgenden Annahmen gemacht:
Die Beschreibung erfolgt durch Zylinderkoordinaten (s,φ,z), wobei keine Abhängigkeit von der φ- und der z-Koordinate angenommen wird, also $\partial/\partial\varphi = 0$ und $\partial/\partial s = 0$. Dabei gilt dann für die Entfernung vom Zentrum $r = \sqrt{s^2 + z^2}$. Die Materie wird als nahe der $z = 0$-Ebene angenommen, mit anderen Worten, die Höhe H der Scheibe ist im Vergleich zu ihrer Ausdehnung klein. Es gilt daher $s \approx r$, was im folgenden verwendet wird.
Für die azimutale Geschwindigkeitskomponente wird die Keplersche Kreisbahngeschwindigkeit angenommen:

$$\Omega(r) = \sqrt{\frac{G\,M(r)}{r^3}} \text{ bzw.} \tag{3.28}$$

$$v_\varphi = \sqrt{\frac{G\,M(r)}{r}} \tag{3.29}$$

Hinzu kommt eine dazu geringe Radialdriftgeschwindigkeit v_r.
Die Scheibe wird charakterisiert durch die Oberflächendichte $\Sigma(r,t)$, wobei gilt:

$$\Sigma(r,t) = \int_{-H}^{H} \rho(r,t)\, dz \tag{3.30}$$

Die Bewegung läßt sich durch die Navier-Stokes-Gleichung 3.12 zusammen mit der Kontinuitätsgleichung 3.1 in Zylinderkoordinaten beschreiben. Durch die a-priori - Annahme der azimutalen Geschwindigkeitskomponente ist nur noch die radiale Komponente v_r zu bestimmen, was durch die Kontinuitätsgleichung in Verbindung mit der Drehimpulserhaltung, die aus der Navier-Stokes-Gleichung folgt, gelingt.

3.4.2 Massenerhaltung

Die Kontinuitätsgleichung in Zylinderkoordinaten nach Integration über die z-Koordinate lautet:

$$r\,\frac{\partial \Sigma(r,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}\,(r \Sigma v_r) = 0 \tag{3.31}$$

3.4.3 Drehimpulserhaltung

Schreibt man die Navier-Stokes-Gleichung 3.12 in Zylinderkorrdinaten, folgt die Drehimpulserhaltung aus der φ-Komponente und läßt sich folgendermaßen schreiben[5]:

$$r\frac{\partial}{\partial t}\,(\Sigma r^2 \Omega) + \frac{\partial}{\partial r}\,(r \Sigma v_r r^2 \Omega) = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial G(r,t)}{\partial r} \tag{3.32}$$

Dabei ist $G(r,t)$ das Drehmoment und läßt sich schreiben als

$$G(r,t) = 2\,\pi\, r\, \nu(r,t)\, \Sigma(r,t)\, r^2\, \Omega'(r,t) \tag{3.33}$$

ν ist die kinematische Viskosität nach Gleichung 3.14 und es gilt $\Omega'(r,t) = \partial\, \Omega(r,t)/\partial\, t$.

3.4.4 Viskosität

Die Viskositat ν ist die Voraussetzung dafür, daß es zu einem Drehimpulstransport kommt, der nicht mit dem Transport der Masse verbunden sein muß. Die physikalischen Prozesse, die dies bewirken, sind jedoch noch nicht im einzelnen erklärt. Shakura und Sunyaev machten den Ansatz

$$\nu = \alpha\, c_s\, H, \tag{3.34}$$

wobei c_s die Schallgeschwindigkeit in der Scheibe und H ihre Höhe ist (siehe [SS73]). Der Parameter α skaliert die Größe ν und wird als etwa 1 angenommen. In den Arbeiten [BDL93], [LBDLS93] und [Wa94] wird die Viskosität durch einen Potenzansatz parametrisiert:

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^b \tag{3.35}$$

Bei diesem Ansatz hängt die Viskosität nur vom Abstand r ab. Durch die Wahl des Potenzansatzes sind verschiedenste Verläufe der Viskosität möglich. Die Parameter ν_0 und b werden wie die übrigen Parameter des Modells an die Beobachtung angepaßt. Dadurch wird eine Beschreibung, jedoch keine Erklärung der Viskosität erreicht. Der Ansatz wird in dieser Arbeit übernommen.

[5]bei Vergleich mit der Navier-Stokes-Gleichung, wie sie in Abschnitt 3.1.4 angegeben ist, beachte man, daß dort die Dichte nicht unter der Zeitableitung steht.

3.4.5 Grundgleichungen des Akkretionsmodells

allgemeiner Fall

Die Annahme der azimutalen Komponente der Geschwindigkeit nach Gleichung 3.28, die Kontinuitätsgleichung 3.31 und die Gleichung der Drehimpulserhaltung 3.32 beschreiben zusammen mit der Parametrisierung der Viskosität nach Gleichung 3.35 die Dynamik innerhalb der Akkretionsscheibe.

stationärer Fall

Die Scheibe wird außerdem als stationär angenommen, es gilt $\partial/\partial t = 0$. Dann ergibt sich das folgende System von Gleichungen:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\,\Sigma\,v_r) = 0 \tag{3.36}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\,\Sigma\,v_r\,r^2\,\Omega) = \frac{1}{2\,\pi}\,\frac{\partial G}{\partial r} \tag{3.37}$$

$$G(r) = 2\,\pi\,r\,\nu\,\Sigma\,r^2\,\Omega' \tag{3.38}$$

$$\nu(r) = \nu_0\left(\frac{r}{r_0}\right)^b \tag{3.39}$$

Folgerungen

Gleichung 3.36 Diese Gleichung integriert ergibt: $r\,\Sigma\,v_r = \text{const}$. In Anbetracht der Tatsache, daß es sich hier um die Gleichung der Massenerhaltung handelt, ergibt sich, daß die Konstante mit der Massenflußrate zusammenhängt, die mit $\dot{M}$ bezeichnet wird. Man erhält

$$\dot{M} = -2\,\pi\,r\,\Sigma\,v_r \tag{3.40}$$

Gleichung 3.37 Diese Gleichung integriert ergibt:

$$r\,\Sigma\,v_r\,r^2\,\Omega = \frac{G}{2\,\pi} + \frac{C}{2\,\pi};$$

dabei ist $C/2\pi$ die Integrationskonstante. Aus der Randbedingung[6] $G(r_i) = 0$ folgt: $C = -\dot{M}\,\Omega_i\,r_i^2$, wobei $\Omega_i = \Omega(r_i)$ gilt. Setzt man für C und für G nach Gleichung 3.38 ein und berücksichtigt man die Beziehung 3.40, dann erhält man schließlich:

$$\nu\,\Sigma = -\frac{\dot{M}\,\Omega}{2\,\pi\,r\,\Omega'}\underbrace{\left(1 - \frac{r_i^2\,\Omega_i}{r^2\,\Omega}\right)}_{=:f} \tag{3.41}$$

Der innere Rand r_i ist i.A. sehr viel kleiner als r, so daß $f \approx 1$ gilt.

3.4.6 Bestimmung der radialen Geschwindigkeitskomponente

Setzt man in diese Gleichung $\dot{M}$ ein, erhält man die radiale Geschwindigkeitskomponente v_r:

$$v_r = \nu\,\frac{\Omega'}{\Omega}\,f^{-1} \tag{3.42}$$

[6] r_i ist der Radius des inneren Randes der Scheibe

3.4.7 Spezialfälle

Die Winkelgeschwindigkeit war durch die Kreisbahngeschwindigkeit gegeben, die wiederum von der Massenverteilung abhängt. Es gilt:

$$\Omega(r) = \sqrt{\frac{G\,(M_c + M_b(r))}{r^3}}$$

Es lassen sich zwei Spezialfälle betrachten, von denen bei einem nur die Zentralmasse M_c berücksichtigt wird, bei dem anderen nur die Hintergrundmasse M_b. Der jeweils andere Massenanteil wird als vergleichsweise klein angenommen. Der erste Fall ist der klassische Keplerfall, wie er in [FKR92] beschrieben ist. Der zweite kann bei Arbeiten zu unserem galaktischen Zentrum angenommen werden, da dort schon bei kleinen Entfernungen vom Zentrum die Hintergrundmasse überwiegt. Die Bedingung $M_c \gg M_b$ gilt mit $M_b(r) = M_0\,(r/r_0)^a$ bis zu Radien mit $r \ll r_0\,(M_c/M_0)^{(1/a)}$; $M_b \gg M_c$ entsprechend umgekehrt.

$\mathbf{M_c \gg M_b}$ In diesem Fall gelten für die Winkelgeschwindigkeit und deren Ableitung nach r:

$$\Omega(r) = G\,M_c\,r^{-3/2} \tag{3.43}$$
$$\Omega'(r) = -\frac{3}{2}\,G\,M_c\,r^{-5/2} = -\frac{3}{2}\frac{\Omega(r)}{r} \tag{3.44}$$

Die Gleichung 3.41 lautet dann:

$$\nu\,\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\,\pi}\left(1 - (\frac{r_i}{r})^{1/2}\right) \tag{3.45}$$

Für die Radialkomponente erhält man:

$$v_r = -\frac{3}{2}\frac{\nu}{r}\left(1 - (\frac{r_i}{r})^{1/2}\right)^{-1} \tag{3.46}$$

Das sind die Ergebnisse, wie sie in [FKR92] angegeben sind.

$\mathbf{M_b \gg M_c}$ Hierbei gilt entsprechend:

$$\Omega(r) = \sqrt{\frac{G\,M_0}{r_0^a}}\,r^{(a-3)/2} \tag{3.47}$$
$$\Omega'(r) = \frac{a-3}{2}\frac{\Omega(r)}{r} \tag{3.48}$$
$$\nu\,\Sigma = \frac{\dot{M}}{(3-a)\,\pi}\left(1 - (\frac{r_i}{r})^{(a+1)/2}\right) \tag{3.49}$$
$$v_r = \frac{(a-3)}{2}\frac{\nu}{r}\left(1 - (\frac{r_i}{r})^{(a+1)/2}\right)^{-1} \tag{3.50}$$

Nimmt man $a = 5/4$ (wie in unserer Galaxis) an, so erhält man:

$$\nu\,\Sigma = \frac{4\,\dot{M}}{7\,\pi}\left(1 - (\frac{r_i}{r})^{9/2}\right) \tag{3.51}$$
$$v_r = -\frac{7}{8}\frac{\nu}{r}\left(1 - (\frac{r_i}{r})^{9/8}\right)^{-1} \tag{3.52}$$

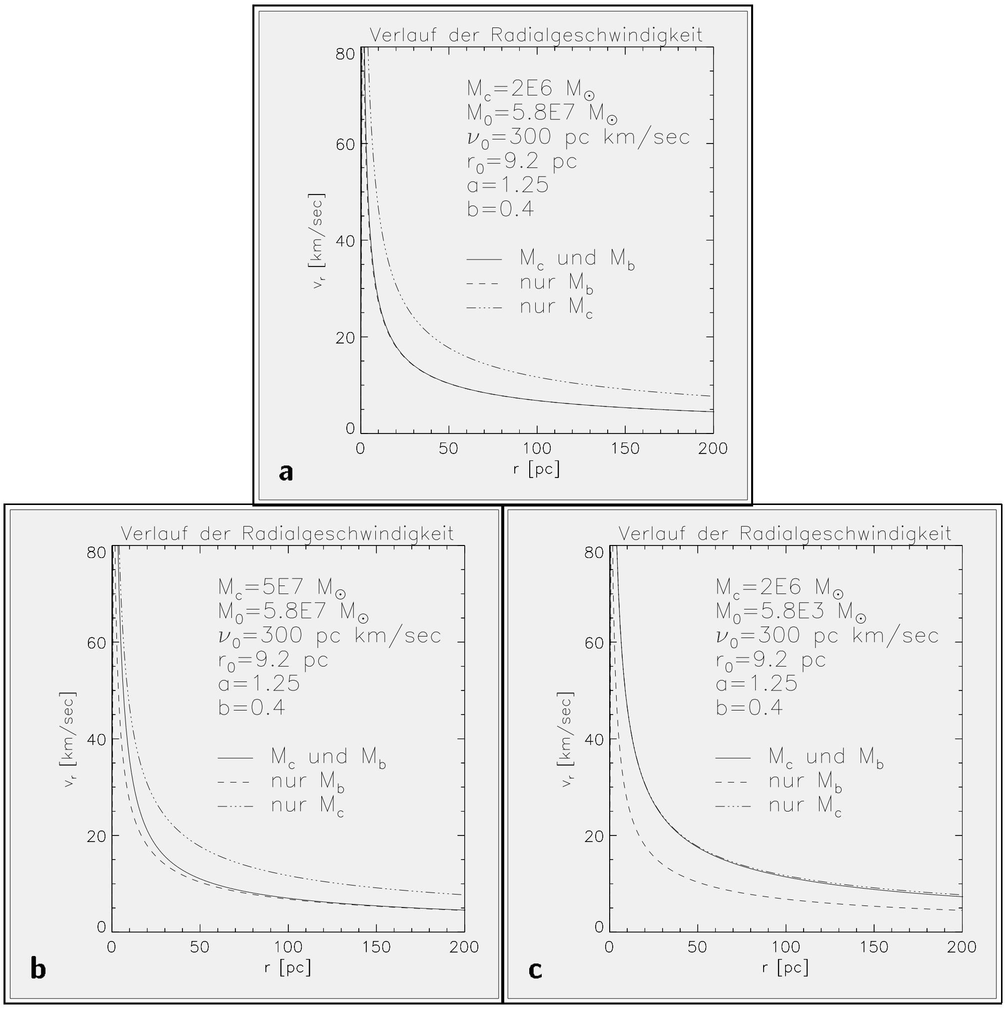

Abbildung 3.5: Verlauf der Radialdriftgeschwindigkeit v_r. Es wird jeweils der Verlauf nach der Gesamtformel 3.42 gezeigt, der nach der Näherung, bei der die Zentralmasse vernachlässigt wird (Gleichung 3.52 und der nach der Näherung in Gleichung 3.46, bei der die Hintergrundmasse nicht berücksichtigt wird. Teil a ist mit Hilfe der Parameter berechnet, die unserer Galaxis angenommen werden. Hier gilt die Näherung nach Gleichung 3.52. In Teil b wurde eine höhere Zentralmasse angenommen; hier gilt die Näherung nicht mehr. In Teil c wurde von einer kleinereun Hintergrundmasse ausgegangen. Hier gilt für den inneren Teil die Näherung nach 3.46.

In dieser Arbeit kennt man bei einer zu untersuchenden Galaxie die Parameter M_c, M_0, r_0 und a noch nicht im voraus, sondern will diese erst durch Anpassung an die Beobachtungsdaten bestimmen. Daher kann keiner der beiden Spezialfälle verwendet werden. Abbildung 3.5 zeigt drei Beispiele für den Verlauf der Radialdriftgeschwindigkeit v_r.
In Teil a sind die Parameter $M_c = 2 \cdot 10^6 \mathrm{M}_\odot$, $M_0 = 5.8 \cdot 10^7 \mathrm{M}_\odot$, $r_0 = 9.2$ pc und $a = 1.25$, wie sie für unsere Galaxis angenommen werden, verwendet worden und die Viskosität wurde durch $\nu_0 = 300$pc km/sec und $b = 0.4$ parametrisiert. Es sind der mit Hilfe der Gesamtformel 3.42 und

der mit Hilfe der Näherung 3.52 berechnete Verlauf, wobei die Zentralmasse M_c vernachlässigt wurde, gezeigt. Die beiden Fälle sind nicht zu unterscheiden, diese Näherung kann also gemacht werden. Außerdem ist der mit Hilfe der Näherung 3.46 gewonnene Verlauf dargestellt, bei dem nur die Zentralmasse berücksichtigt wird. Dieser Verlauf unterscheidet sich erwartungsgemäß deutlich von den beiden anderen.
In Abbildungsteil b sind die gleichen Parameter verwendet, nur wurde als Zentralmasse $M_c = 5 \cdot 10^7 \mathrm{M}_\odot$ genommen. Hier kann die Zentralmasse, zumindest für die inneren 100 pc, nicht vernachläßigt werden, die Näherung nach Gleichung 3.52 ist daher ungültig.
In Teil c sind wieder die Parameter aus Teil a verwendet worden, nur wurde eine geringere Hintergrundmasse ($M_0 = 5.8 \cdot 10^3 \mathrm{M}_\odot$) angenommen. In diesem Fall ist die Hintergrundmassenverteilung für die inneren pc vernachlässigbar,und es gilt die Näherung nach Gleichung 3.46.

3.4.8 Darstellung in Polarkoordinaten

Nachdem die Gleichungen im Rahmen des Akkretionsscheibenmodells in Zylinderkoordinaten hergeleitet wurden, jedoch keine Abhängigkeit von der Höhe z innerhalb der Scheibe angenommen wurde, kann nun ein Probeteilchen betrachtet werden, dessen Ort durch die Festlegung der Ebene, in der es sich befindet [7], und durch Polarkoordinaten innerhalb der Ebene beschrieben wird. Auf diese Weise wird eine analoge Darstellung zur Beschreibung der Bahn eines Teilchens ohne Reibung in Abschnitt 3.3 erreicht.

[7] die Festlegung erfolgt durch Angabe des Inklinationswinkels nach Abschnitt 2

3.5 Zusammenfassung

3.5.1 Aufstellung der Gleichungen

Zum Abschluß dieses Kapitels sollen nochmals die Vorgaben und Gleichungen zusammengefaßt werden, die zur Bestimmung der beobachtbaren Größen führen.

Vorgaben

Es sei der Ort des Teilchens innerhalb der Galaxie durch den Neigungswinkel ω seiner Bahnebene und die Koordinaten x_g und y_g gegeben. Daraus kann dann mit Hilfe von Gleichung 2.5 der Abstand r vom Zentrum berechnet werden. Für die Betrachtung der Rosettenbahn in Abschnitt 3.3 sei außerdem der minimale (r_{min}) und der maximale (r_{max}) Radius gegeben, zwischen denen die Bahn verlaufen soll.
Außerdem seien die Paramter M_c, M_0, r_0, a, ν_0 und b festgelegt.

Massenverteilung und Potential

$$\begin{aligned} M(r) &= M_c + M_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^a \\ \Phi(r) &= -\frac{G\,M_c}{r} + \frac{G\,M_0}{(a-1)\,r_0^a}\,r^{a-1} \end{aligned}$$

Bewegung ohne Viskosität

Grundgleichungen

$$\begin{aligned} U_{eff}(r) &= \Phi(r) + \frac{L}{r^2} \\ L &= \sqrt{\frac{2\,(\Phi(r_{max}) - \Phi(r_{min}))\,{r_{min}}^2\,{r_{max}}^2}{{r_{max}}^2 - {r_{min}}^2}} \\ E &= U_{eff}(r_{min}) \end{aligned}$$

Geschwindigkeitskomponenten

$$\begin{aligned} v_{phi} &= \frac{L}{r} \\ v_r &= \pm\sqrt{2\,(E - U_{eff}(r))} \end{aligned}$$

Bewegung in einer Akkretionsscheibe

Grundgleichungen

$$\nu(r) = \nu_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^b$$

$$\Omega(r) = \sqrt{\frac{G\,M(r)}{r^3}}$$
$$\Omega'(r) = \frac{\partial\Omega}{\partial r} = \frac{1}{2\,\Omega(r)}\left(-3\,G\,M_c\,r^{-4} + (a-3)\,\frac{G\,M_0}{r_0^a} r^{a-4}\right)$$
$$f = \left(1 - \frac{r_i^2\,\Omega_i}{r^2\,\Omega}\right)$$

Geschwindigkeitskomponenten

$$v_{phi} = r\,\Omega(r)$$
$$v_r = \nu(r)\,\frac{\Omega'(r)}{\Omega(r)}\,f^-1$$

3.5.2 Berechnung von Geschwindigkeitsfeldern

Mit Hilfe der entwickelten Formel kann nun die beobachtbare Geschwindigkeit an jedem Punkt (x, y) im Koordinatensystem des Beobachters dargestellt werden. Die folgenden Graphiken zeigen vier Beispiele solcher berechneter Geschwindigkeitsfelder. Es sind jeweils die Parameter $\omega = 45$ Grad, $M_0 = 5.8 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$, $M_c = 10^7\,\mathrm{M}_\odot$, $r_0 = 9.2$pc, $a = 1.25$, $b = 0.8$ verwendet. Abbildung 3.6 zeigt Kreisbahnen ohne Akkretion, Abbildung 3.7 Akkretionsbahnen

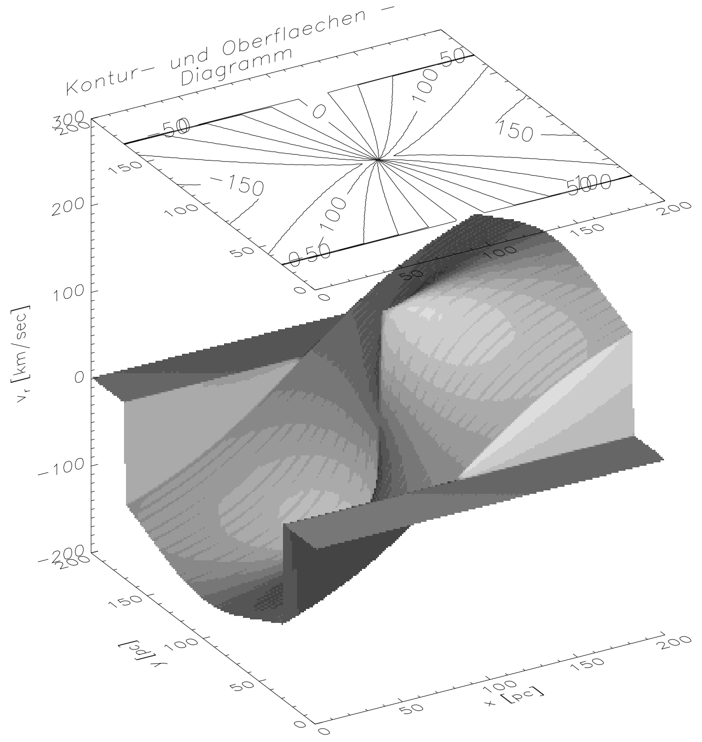

Abbildung 3.6: Geschwindigkeitsfelder bei Annahme von Kreisbahnen

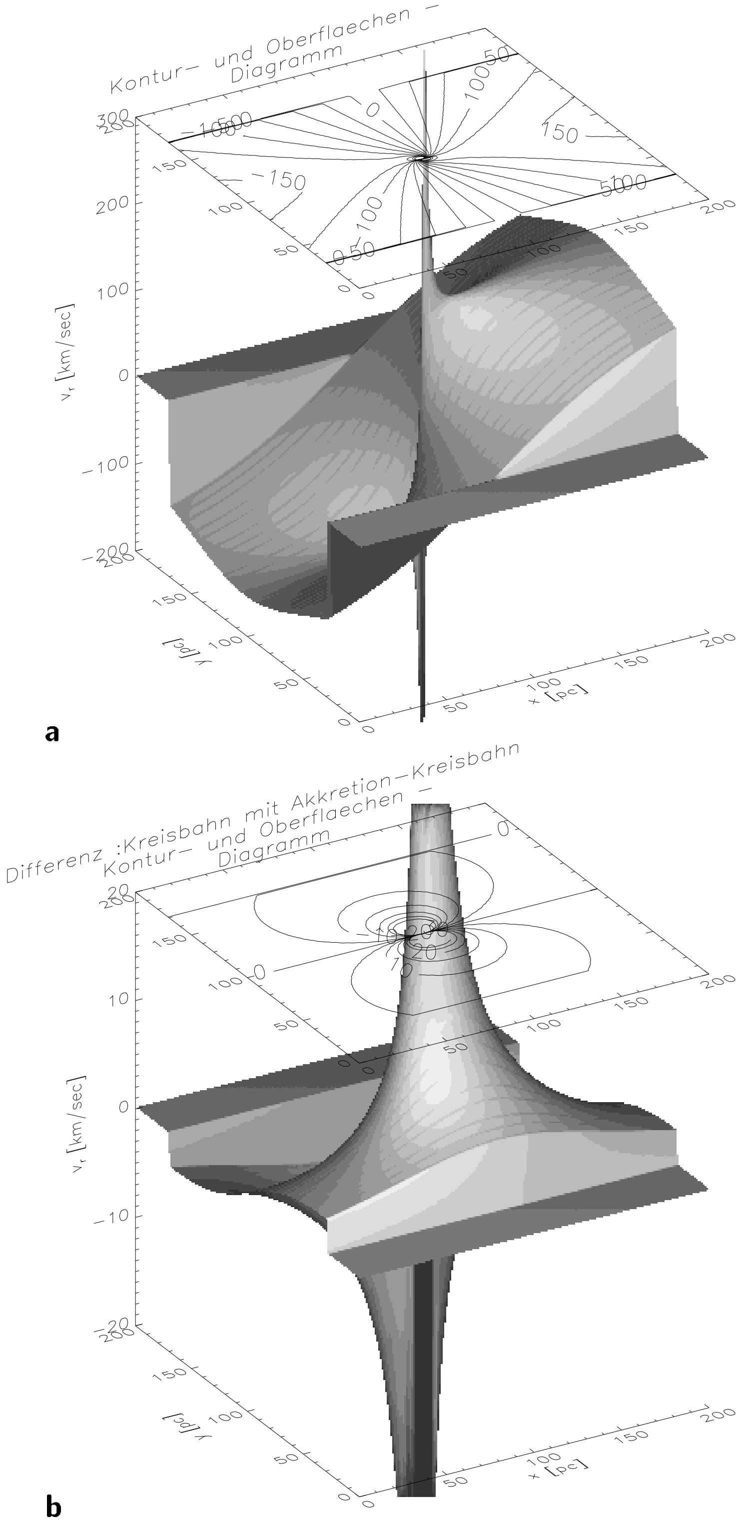

Abbildung 3.7: Geschwindigkeitsfeld bei Annahme von Kreisbahnen mit Akkretion (a) und Differenz zu Kreisbahnen (b)

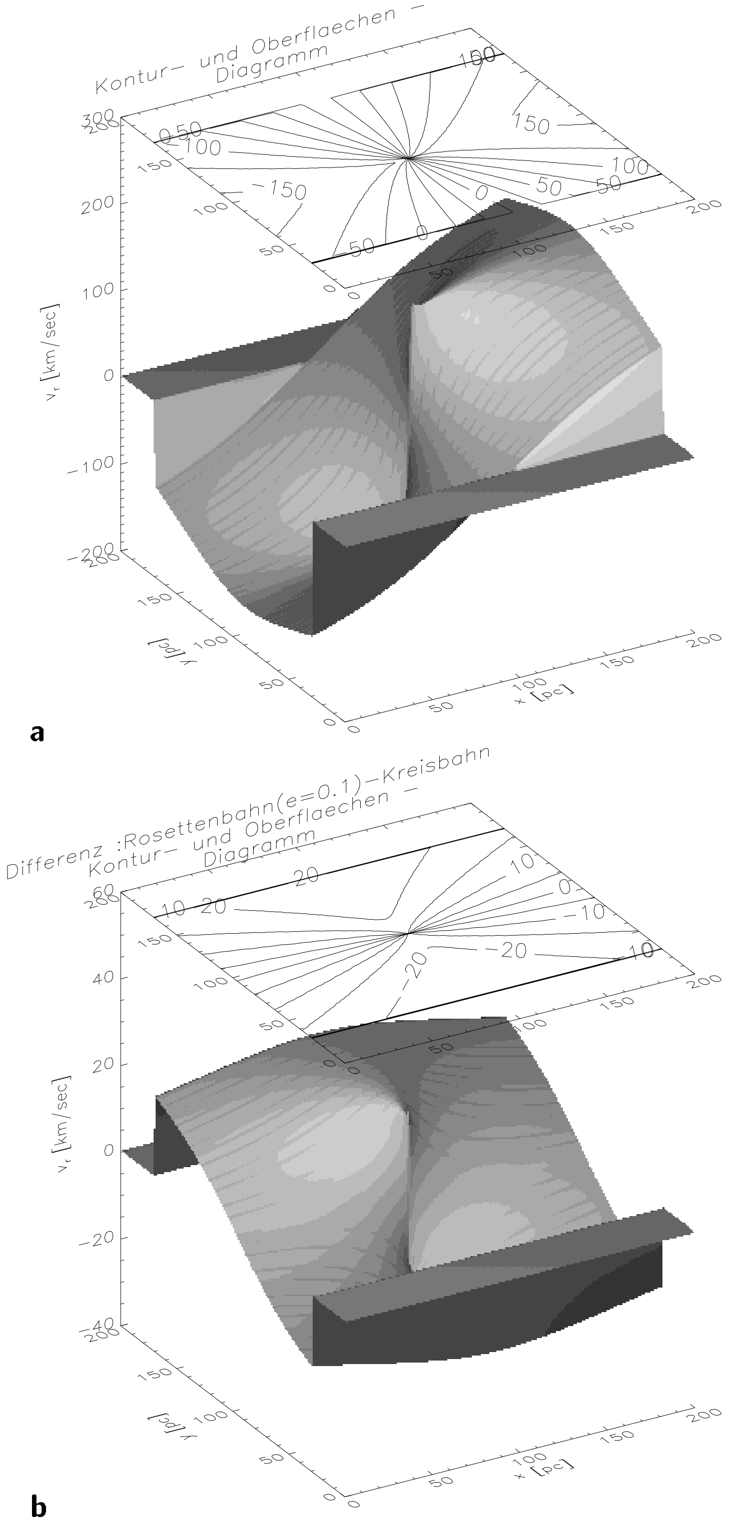

Abbildung 3.8: Geschwindigkeitsfeld bei Annahme von Rosettenbahnen (e=0.1) (a) und Differenz zu Kreisbahnen (b)

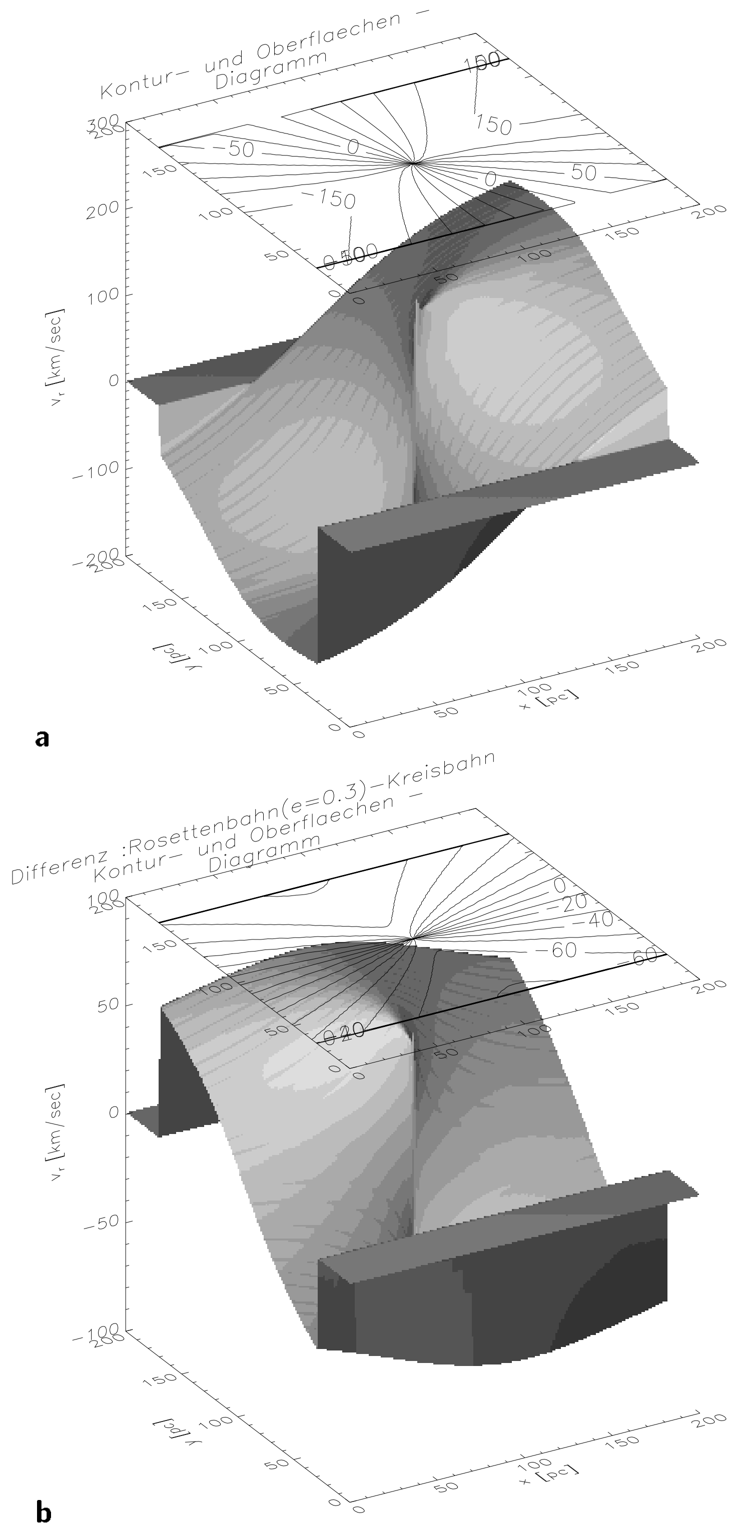

Abbildung 3.9: Geschwindigkeitsfeld bei Annahme von Rosettenbahnen (e=0.3) (a) und Differenz zu Kreisbahnen (b)

bei Annahme von $\nu_0 = 1000\text{km}\,\text{pc}/\text{sec}$ (a) und die Differenz zu Kreisbahnen aus Abbildung 3.6 (b). Abbildung 3.8 zeigt in Teil a die Geschwindigkeiten bei Annahme von Rosettenbahnen, bei der r_{min} jeder Bahn jeweils um 10% kleiner ist als der derzeitige Radius r und r_{max} 10% größer. Die Differenz zur Kreisbahn ist in in Teil b gezeigt. Abbildung 3.9 ist die zu 3.8 analoge Abbildung; hier unterscheiden sich die minimalen bzw. maximalen Bahnradien um 30%.

4. Entwicklung eines Systemmodells mit Hilfe der Monte-Carlo Methode

Bislang ist es nur möglich, ein Geschwindigkeitsfeld zu berechnen. Damit allein lassen sich die unter Abschnitt 1 gestellten Fragen nicht beantworten. Sie lassen sich aber mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation untersuchen.

4.1 Grundlagen der Monte-Carlo-Methode

Die Monte-Carlo-Methode ist eine numerische Methode, die sich der Methode der zufälligen Stichproben und der Wahrscheinlichkeitsrechnung bedient und damit Lösungen komplexer mathematischer Probleme erlaubt. Begründet wurde sie 1949 von den Mathematikern J.v.Neumann und S.Ulam (siehe [MU49]). Die Bezeichnung geht auf die Stadt Monte Carlo zurück, da sie für das Glücksspiel bekannt und das Roulette-Spiel ein mechanisches Gerät zur Erzeugung von Zufallszahlen ist. Die Methode wird hier nicht in ihrer Allgemeinheit erklärt, sondern nur so weit, wie sie in dieser Arbeit benötigt wird. Als Grundlagen sind der Begriff der Zufallszahl und der zentrale Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung wichtig.

Es werden das grundsätzliche Schema eines Monte-Carlo-Modells und die mathematische Beschreibung erläutert, sodann die Verwendung der Methode in dieser Arbeit. Zu den Grundlagen siehe [So91] und [FR83].

4.1.1 Zufallszahlen

In dieser Arbeit werden diskrete Zufallszahlen verwendet. ξ sei eine solche Zufallszahl. Sie kann definiert werden durch eine Tabelle

$$\xi = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix},$$

in der $x_1 \dots x_n$ die möglichen diskreten Werte sind, die ξ annehmen kann. $p_i \in [p_1 \dots p_n]$ gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert x_i auftreten kann. Wenn $P(x_i)$ die Wahrscheinlichkeit ist, mit der der Wert x_i auftritt, dann gilt $P(x_i) = p_i$. Die p_i seien dabei normiert, es gilt $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$. $E(\xi)$ sei der Erwartungswert und $D(\xi)$ die Dispersion von ξ. Für diese gilt:

$$E(\xi) = \sum_{i=1}^{n} x_i \, p_i \tag{4.1}$$

$$D(\xi) = E\left((\xi - E(\xi))^2\right) \tag{4.2}$$

4.1.2 Gaußverteilung

Bei stetigen Zufallsgrößen wird die Summe durch ein Integral ersetzt und p_n geht über in eine Funktion $p(x)$, die Verteilungsdichte genannt wird.
Die Zufallsgröße heißt normalverteilt oder Gauß-verteilt, wenn für die Verteilungsdichte gilt:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\,\pi}\,\sigma} e^{\frac{-(x-a)^2}{2\,\sigma^2}} \tag{4.3}$$

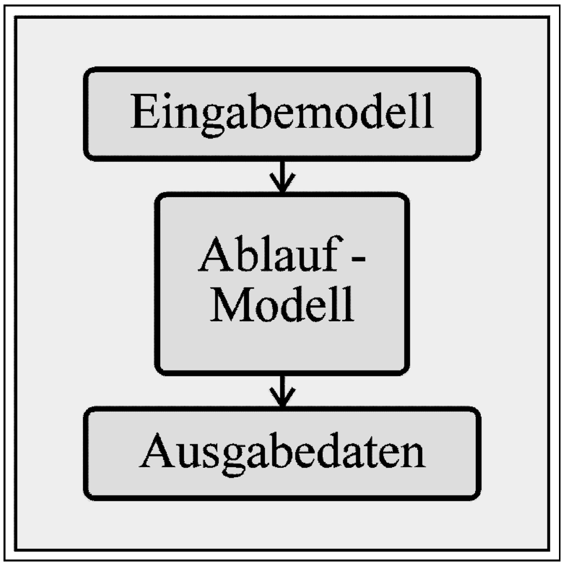

Abbildung 4.1: Schema eines Monte-Carlo-Systems

Hat eine Zufallsvariable ξ eine solche Verteilungsfunktion, dann gilt für ihren Erwartungswert $E(\xi) = a$ und $D(\xi) = \sigma^2$. Weiterhin gilt, daß die Wahrscheinlichkeit, daß ξ innerhalb des Intervalls $(a - 3\,\sigma, a + 3\,\sigma)$ liegt, den Wert 0.997 hat:

$$P(a - 3\,\sigma < \xi < a + 3\,\sigma) = 0.997 \tag{4.4}$$

Es ist also extrem unwahrscheinlich, daß die Zufallsvariable außerhalb dieses Bereiches liegt, wogegen die Wahrscheinlichkeit, daß sie im Intervall $(a - 0.6745\,\sigma, a + 0.6745\,\sigma)$ liegt, 0.5 beträgt.

4.1.3 zentraler Grenzwertsatz

Gegeben seien N normalverteilte Zufallsgrößen $\xi_1 \ldots \xi_N$ mit gleicher Verteilungsdichte, die den Erwartungswert $E(\xi_i) = m$ und die Dispersion $D(\xi_i) = b^2$ haben. Dann sagt der zentrale Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung, daß für große N die Summe der Zufallsvariablen $\sigma_N = \sum_{i=1}^{N} \xi_i$ normalverteilt ist mit dem Erwartungswert $E(\sigma_N) = Nm$ und der Dispersion $D(\sigma_N) = Nb^2$. Der Satz gilt auch allgemeiner, wenn die einzelnen Zufallsgrößen nicht gleichverteilt sind, allerdings darf keine von ihnen einen zu großen Beitrag zur Summe liefern.

4.1.4 Schema einer Monte-Carlo-Simulation

Es soll mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode eine Variable m berechnet werden. Das System, wie es in dieser Arbeit verwendet wird, funktioniert nach dem Schema, wie es in Abbildung 4.1 dargestellt ist[1]. Das gesamte System besteht aus drei Schritten, dem Eingabemodell, dem Ablaufmodell und der Ausgabedatenreihe. Zunächst gibt es Daten, die in das Modell eingegeben

[1] nach[FR83]

werden, z.B. Meßwerte, Zufallszahlen oder auch feste Randwerte. Aus diesen wird dann mit Hilfe des Ablaufmodells eine Zufallsvariable ξ erzeugt, die ausgegeben wird. Der Zufallsprozeß kann im Eingabemodell oder im Ablaufmodell stecken. Das Ablaufmodell wird so gewählt, daß der Erwartungswert von ξ gerade die gesuchte Variable m ist: $E(\xi) = m$. Die Dispersion muß endlich sein: $D(\xi) = b^2 < \infty$. Das System wird N-mal durchlaufen. Dann kann der zentrale Grenzwertsatz 4.1.3 angewendet werden, der besagt, daß die Summe $\sigma_N = \sum_{i=1}^{N} \xi_i$ asymptotisch normalverteilt ist mit den Parametern $a = N\,m$ und $\sigma = N\,b^2$. Nach Gleichung 4.4 gilt dann:

$$P\left(N m - 3\,b\,\sqrt{N} < \sigma_N < N m + 3\,b\,\sqrt{N}\right) \approx 0.997 \tag{4.5}$$

Teilt man das Argument von P durch N, erhält man

$$P\left(m - \frac{3\,b}{\sqrt{N}} < \frac{\sigma_N}{N} < m + \frac{3\,b}{\sqrt{N}}\right) \approx 0.997$$

Dies läßt sich folgendermaßen schreiben:

$$P\left(\left|\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \xi_i - m\right| < \frac{3\,b}{N}\right) \approx 0.997 \tag{4.6}$$

Diese Gleichung zeigt, daß die gesuchte Variable m durch

$$m \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \xi_i \tag{4.7}$$

angenähert werden kann und daß der Fehler dabei sehr wahrscheinlich nicht größer als $3\,b/\sqrt{N}$ ist. Der wahrscheinliche Fehler ist entsprechend Abschnitt 4.1.2: $0.6745\,b/\sqrt{N}$. Er geht mit steigendem N asymptotisch gegen 0, allerdings nur mit der Wurzel von N. Um einen um Faktor 10 geringeren Fehler zu erhalten, muß das System 100 mal so oft durchlaufen werden.

Die Aussage nach Gleichung 4.7, daß die gesuchte Größe auf diese Weise angenähert werden kann, wird Monte-Carlo-Methode genannt. Sie allein stellt allerdings noch keinen Algorithmus dar, da die Variable ξ eventuell auf verschiedene Weisen aus den Eingabedaten erhalten werden kann. Entscheidet man sich für ein Ablaufmodell, dann stellt dieses zusammen mit Gleichung 4.7 den Monte-Carlo-Algorithmus dar. Je nach Ablaufmodell kann die Streuung b, zu der der Fehler des Monte-Carlo-Algorithmus proportional ist, unterschiedlich sein.

4.2 Umsetzung der Methode

Im folgenden wird dargestellt, wie die Monte-Carlo-Methode in dieser Arbeit zur Bestimmung der Parameter angewendet werden kann. Dazu wird das Modell durch Aufspaltung in Eingabemodell, Ablaufmodell und Ausgabedatenreihe beschrieben.

4.2.1 Eingabemodell

In dieser Arbeit liegen die Eingabedaten als Tabelle von n beobachtbaren Orten mit den entsprechenden Radialgeschwindigkeiten unter Angabe der Meßfehler vor:

x	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
y	y_1	y_2	$\cdots$	y_n
v_r	$v_{r\,1}$	$v_{r\,2}$	$\cdots$	$v_{r\,n}$

Diese können direkte Beobachtungsdaten sein. Im gegenwärtigen Stadium des Projektes sollen jedoch keine Beobachtungen gemacht und ausgewertet werden, sondern Untersuchungen darüber angestellt werden, wie Beobachtungsdaten im optimalen Fall gewonnen werden sollten und welche Aussagen man darüber treffen kann. Dazu werden in diesem Systemteil Beobachtungsdaten simuliert.

Simulation der Beobachtungsdaten

Zur Simulation der Beobachtungsdaten stelle man sich eine Galaxie vor, deren Zentrum im Ursprung liegt und die mit den in Abschnitt 2 eingeführten Koordinaten beschrieben wird. Außerdem sei der Parametersatz $\mathbf{p} = (M_c, M_b, r_0, a, \nu_0, b, \omega)$, der die Massen- und Viskositätsverteilung innerhalb der Galaxie und ihren Inklinationswinkel beschreibt, gegeben. Nach den Erkenntnissen aus Abschnitt 3 läßt sich aus dem Ort jedes Teilchens seine Geschwindigkeit bestimmen. Im Fall der Rosettenbahnen muß außerdem gegeben sein, zwischen welchen Radien (r_{min} und r_{max}) die Bahn verlaufen soll und welches Vorzeichen der Radialanteil der Geschwindigkeit hat. Nun wird man bei der Simulation von Beobachtungsdaten nicht annehmen, daß sich jedes Teilchen auflösen läßt. Es werden n Molekülwolken angenommen, deren Ort und Ausdehnung durch Zufallsvariablen bestimmt werden. Der Ort kann innerhalb einer Kugel mit vorgegebenem Radius liegen, (Standardwert für den Radius ist 300pc), wobei jeder Ort gleich wahrscheinlich ist. Die Ausdehnung liegt innerhalb eines vorgegenen Intervalls zwischen minimalem und maximalem Wert. Die Verteilungsdichte ist eine Normalverteilung. Die Parameter für die Wolken liegen als Standard bei einer Größe zwischen 3pc und 50pc bei einem wahrscheinlichsten Wert von 10pc und einer Dispersion von 5pc. Es werden jedoch verschiedene Wolkenparameter verwendet, um zu untersuchen, inwieweit der Erfolg von diesen abhängt.
Innerhalb einer Wolke wird nicht angenommen, daß jeder Punkt aufgelöst werden kann, sondern nur die Punkte, die einen Abstand Δs in jede räumliche Richtung voneinander haben. Dabei werden Meßfehler in räumlicher und spektraler Auflösung angenommen. Es kann auch jeder Punkt mit der Übertragungsfunktion gefaltet werden, was letztlich zum selben Ergebnis führt.

Für die Berechnung der Geschwindigkeit kann entweder die Theorie nach Abschnitt 3.3 verwendet werden, in der keine Viskosität und damit Rosettenbahnen angenommen werden, oder die nach Abschnitt 3.4, in der ein Akkretionssscheibenmodell verwendet wird.
Dann können aus Orten und Geschwindigkeiten die beobachtbaren, also die auf den Sehstrahl projezierten, Ortskoordinaten und die in Bezug auf den Beobachter radialen Geschwindigkeiten nach Abschnitt 2 berechnet werden.
Es wird nun bei der Simulation der Beobachtungsdaten zwischen fünf Modellen getrennt, die sich in der unterschiedlicher Wahl der Wolkenorte und des zugrunde liegenden Modells unterscheiden :

$\mathcal{A}$**: Kreisbahnen in einer Ebene** Im ersten Modell wird angenommen, daß sich alle Wolken in einer Ebene befinden und daß sich die Wolken auf Keplerschen Kreisbahnen bewegen.

$\mathcal{B}$**: Kreisbahnen nicht in einer Ebene** Hier werden ebenfalls Keplersche Kreisbahnen angenommen, jedoch kann sich jede Wolke in einer anderen Ebene bewegen. Der Inklinationswinkel

ω der Galaxie ist vorgegeben. Es wird dann die maximale Abweichung $\Delta\omega$ der Bahnebene jeder Wolke von diesem Inklinationswinkel der Galaxie angegeben. Der Neigungswinkel der Bahnebene einer einzelnen Wolke wird dann durch eine Zufallsvariable bestimmt, die im Bereich zwischen $\omega - \Delta\omega$ und $\omega + \Delta\omega$ liegt. Die Verteilungsdichte ist konstant. Bei einem Wert für $\Delta\omega$ von 180 Grad liegen die Wolken innerhalb der gesamten Kugel.

$\mathcal{C}$: Rosettenbahnen in einer Ebene Hier wird wiederum angenommen, daß alle Wolken innerhalb einer Ebene liegen und daß keine Viskosität vorliegt. Jedoch liegen nicht unbedingt Kreisbahnen vor, sondern Rosettenbahnen nach Abschnitt 3.3. Es wird zusätzlich der minimale und maximale Radius jeder Wolke durch eine Zufallsvariable mit konstanter Verteilungsfunktion festgelegt, indem die Grenzen der Elliptizität vorgegeben werden. Auch die maximale Abweichung vom gegenwärtigen Radius durch $\Delta\, e$ wird vorgegeben. Dann liegt r_{min} im Bereich zwischen $r - \Delta\, e$ und r, r_{max} zwischen r und $r + \Delta\, e$. Das Vorzeichen der radialen Geschwindigkeitskomponente wird durch eine Zufallsvariable beschrieben, die gleich wahrscheinlich -1 und 1 sein kann.

$\mathcal{D}$: Rosettenbahnen nicht in einer Ebene In diesem Modell wird der Ort der Wolke wie bei dem Modell der "Kreisbahnen nicht in einer Ebene" bestimmt und die Geschwindigkeit wie im Modell "Rosettenbahnen in einer Ebene".

$\mathcal{E}$: Akkretionsbahnen Schließlich bleibt noch der Fall der Akkretionsbahnen, bei der die Geschwindigkeit nach Abschnitt 3.4 bestimmt wird. Die Orte der Wolken werden als in einer Ebene liegend angenommen, da dies eine Voraussetzung für die Theorie der Akkretionsbahnen ist.
Dies ist das Modell, wie es auch in Arbeiten zu unserem Galaktischen Zentrum verwendet wird. Die Annahme ist, daß auch bei anderen Galaxien dieses Modell verwendet werden kann. Es soll jedoch im Vergleich zu den anderen Modellen untersucht werden, ob man dieses aus den Beobachtungsdaten von den übrigen unterscheiden kann.

Man erhält schließlich eine Tabelle, wie sie oben angegeben ist. Diese wird an das Ablaufmodell übergeben, nicht jedoch die Informationen, wie die Tabelle entstanden ist.

4.2.2 Ablaufmodell

Im Ablaufmodell findet nun der umgekehrte Prozess statt. Aus den Beobachtungsdaten soll der Parametersatz $\mathbf{p}$ bestimmt werden. Dazu muß das Verfahren, das zur Simulation der Beobachtungsdaten beschrieben wurde, umgekehrt werden. Dies wird mit Hilfe eines χ^2-Anpassungstests durchgeführt. Es wird eines der oben beschriebenen fünf Modelle als theoretisches Modell gewählt.
Das Ablaufmodell wird im folgenden nach den theoretischen Modellen "$\mathcal{A}$: Kreisbahnen in einer Ebene" und "$\mathcal{E}$: Akkretionbahnen" einerseits und $\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$ andererseits getrennt erklärt.

Theoretisches Modell $\mathcal{A}$ oder $\mathcal{E}$

In diesem Fall wird der Neigungswinkel aller durch die Beobachtungsdaten gegebenen Punkte als gleich angenommen. Auch gibt es keinen weiteren unbekannten Parameter. Es wird ein beliebiger Parametersatz $\mathbf{p}$ vorgegeben. So lassen sich zu den beobachteten Ortskoordinaten (x, y)

diejenigen in der Galaxie (x_g, y_g) eindeutig zuordnen und deren beobachtbare Geschwindigkeit v_r kann berechnet werden. Es wird sodann die Funktion $f_i(\mathbf{p}, x_i, y_i, v_{r\,i})$ definiert, die für den i'ten Meßwert aus der Tabelle die Differenz zwischen beobachteter und theoretisch berechneter Geschwindigkeit angibt. Außerdem wird die Dispersion von f aufgrund der Meßfehler für die beobachteten Größen nach

$$D(f_i) = (\frac{\partial f_i}{\partial x_i})^2 + (\frac{\partial f_i}{\partial y_i})^2 + (\frac{\partial f_i}{\partial v_{r\,i}})^2$$

bestimmt. Es wird die folgende Funktion gebildet:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i(\mathbf{p}, x_i, y_i, v_{r\,i})^2}{D(f_i)} \tag{4.8}$$

Nun wird derjenige Parametersatz $\mathbf{p}$ gesucht, für den die Funktion χ^2 minimal ist. Die Größe von χ^2 für optimales $\mathbf{p}$ ist ein Maß dafür, wie gut die Anpassung gelungen ist. Die Komponenten von $\mathbf{p}$ werden mit ihrem wahrscheinlichstem Wert und Dispersion ausgegeben. Diese Methode ist noch nicht vollständig umgesetzt, daher wird das Verfahren, wie der optimale Parametersatz gefunden wird, noch nicht näher erläutert.

Theoretisches Modell $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ oder $\mathcal{D}$

Wird eines dieser Modelle als theoretisches Modell gewählt, so kann aufgrund des unbekannten Neigungswinkels jeder Wolke, der unbekannten Bahnparameter r_{min} und r_{max} bzw. des unbekannten Vorzeichens der radialen Geschwindigkeitskomponente, die theoretische Geschwindigkeit für die gegebenen beobachteten Ortskoordinaten nicht eindeutig bestimmt werden. In diesem Fall wird als Ablaufmodell ein eigenes Monte-Carlo-System verwendet. Die Eingabedaten sind in jedem Durchgang dieselbe Tabelle der beobachteten Größen. Im Ablaufmodell werden nun in jedem Durchgang die fehlenden Größen durch Zufallsvariablen festgelegt. Dann kann der χ^2-Anpassungstest wie oben beschrieben durchgeführt werden. Nach N Durchläufen läßt sich $\mathbf{p}$ durch $\sum_{j=1}^{N} \mathbf{p_j}$ abschätzen. Bei großem N konvergiert dies nach der Monte-Carlo-Methode gegen den gesuchten Parametersatz.

4.2.3 Ausgabedatenreihe

Es ergibt sich für jeden Durchgang durch das System ein Parametersatz $\mathbf{p_i}$.

4.2.4 Gesamtsystem

Es läßt sich ein Parametersatz $\mathbf{p}$ und eines der Modelle $\mathcal{A} - \mathcal{E}$ wählen, womit eine fiktive Galaxie beschrieben wird. In jedem Durchgang werden nun andere Wolkenorte gewählt und jeweils neue Beobachtungsdaten für diese Galaxie simuliert. Außerdem wird ein theoretisches Modell gewählt, das nicht mit dem für die Simulation gewählten übereinstimmen muß. Es werden nun n Durchgänge gerechnet, von denen jeder einen Parametersatz $\mathbf{p_i}$ liefert. Nach der Monte-Carlo-Theorie läßt sich der gesuchte Parametersatz durch

$$\mathbf{p} \approx \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p_i}$$

abschätzen. Der wahrscheinliche Fehler δ ist gegeben durch

$$\delta = \frac{0.6745\, b}{\sqrt{n}}.$$

b ist dabei die Dispersion von $\mathbf{p_i}$ eines Durchlaufs. Der Fehler geht gegen null, allerdings ist er auch der Dispersion b eines Durchlaufs, die ebenfalls durch den χ^2-Test ermittelt wird, proportional.
Dieses Verfahren wird für eine fiktive Galaxie für jedes theoretische Modell $\mathcal{A} - \mathcal{E}$ durchgeführt. Zeigt sich, daß b bei einem Modell viel kleiner ist als bei den anderen, so ist dadurch dieses Modell als dasjenige ausgezeichnet, daß die (simulierten) Beobachtungsdaten am besten beschreibt. Gilt für ein Modell $b = \infty$, so läßt sich dieses ausschließen.

4.3 Mögliche Ergebnisse einer Monte-Carlo-Simulation

Mit Hilfe dieses Monte-Carlo-Systems lassen sich prinzipiell die anfangs in Abschnitt 1 gestellten Fragen beantworten. Hat ein Modell ein b, das viel kleiner ist als das der anderen, so läßt sich dieses Modell als das am besten beschreibende identifizieren.
Gibt man eine bestimmte Rechenzeit vor, die nicht beliebig groß sein kann, so ist damit die maximale Anzahl der Monte-Carlo-Durchläufe festgelegt. Ist b nun außerdem so klein, daß der Fehler δ bei der Parameterbestimmung nach der gewählten Anzahl n an Durchläufen hinreichend klein ist, so lassen sich die Parameter bestimmen.
Durch Versuche mit verschiedenen Arten von Beobachtungsdaten, z.B. Variation der Meßfehler, der Auflösung, der Anzahl und Größe der beobachteten Wolken, läßt sich auch bestimmen, bei welchen Beobachtungsdaten die Parameterbestimmung am besten funktioniert.

5. Ergebnisse durch Simulation von Beobachtungsdaten

Bei den Überlegungen des letzten Kapitels ist der χ^2 - Test des Ablaufmodells noch nicht vollständig in ein Programm umgesetzt worden. Daher können die erwarteten Ergebnisse noch nicht gezeigt werden. Es lassen sich aber auch mit der Simulation der Beobachtungsdaten allein Antworten auf die anfangs in Kapitel 1 gestellten Fragen finden, nämlich zum einen, ob es möglich ist, zwischen den verschiedenen Modellen zu unterscheiden und zum anderen, ob sich nach Entscheidung für ein Modell die Parameter bestimmen lassen. Zur tatsächlichen Parameterbestimmung ist jedoch die Methode des letzten Kapitels nötig.

5.1 Vorstellung des Verfahrens

Hier wird folgendes Monte-Carlo-System gerechnet :
Die zu berechnende Größe ist die mittlere Abweichung an einem Punkt, die man erhält, wenn man für gleiche beobachtbare Punkte verschiedene Modelle annimmt.
Ausgangspunkt sind zwei fiktive Galaxien, von denen jede durch den Parametersatz $\mathbf{p}$ und eines der Modelle $\mathcal{A} - \mathcal{E}$ des letzten Kapitels festgelegt wird (Eingabemodell). Ein Durchlauf besteht nun darin, Beobachtungsdaten für jede der beiden Galaxien zu simulieren. Dazu werden Ort und Größe von Molekülwolken nach Maßgabe des verwendeten Modells durch Zufallsvariablen festgelegt. Liegen nicht beide Galaxien in einer Ebene, so müssen lediglich die beobachtbaren Ortskoordinaten gleich sein. Man erhält eine Liste von Punkten $(x_{g\,i}, y_{g\,i})$ für jede Galaxie, so daß die beobachtbaren Punkte (x_i, y_i) übereinstimmen. Für diese Punkte werden dann nach dem jeweiligen Modell die beobachtbaren Geschwindigkeiten berechnet. Man erhält eine Liste mit Paaren von Radialgeschwindigkeiten $(v_{r\,1\,1}, v_{r\,1\,2})$, $(v_{r\,2\,1}, v_{r\,2\,2})$, $\cdots$, $(v_{r\,n\,1}, v_{r\,n\,2})$. Von diesen wird der Erwartungswert und die Dispersion der Abweichung ermittelt (Ablaufmodell):

$$E_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |v_{r\,i\,1} - v_{r\,i\,2}| \tag{5.1}$$

$$D_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(|v_{r\,i\,1} - v_{r\,i\,2}| - E_j \right)^2 \tag{5.2}$$

$$\tag{5.3}$$

Dieser Vorgang wird für ein Paar fiktiver Galaxien N-mal wiederholt. Als Ergebnis erhält man die mittlere Abweichung E, mit der sich zwei beobachtete Geschwindigkeiten verschiedener Galaxienmodelle an gleicher beobachtbarer Stelle unterscheiden. Es ergeben sich E und D folgendermaßen:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} E_j \tag{5.4}$$

$$D = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} D_j \tag{5.5}$$

$$\tag{5.6}$$

Eine notwendige Bedingung dafür, daß sich zwei Modelle (entweder verschiedenen Typs aber gleicher Parameter oder gleichen Typs mit verschiedenen Parametern) unterscheiden, ist, daß $E - \sqrt{D}$ deutlich größer ist als der angenommene Meßfehler δ. Dies ist jedoch die minimale Forderung.
Bei der Interpretation der Unterscheidung verschiedener Modelle gleichen Parametersatzes ist zu beachten, daß die Parameterbestimmung bei den Modellen $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ und $\mathcal{D}$ viel schwieriger ist als bei den Modellen $\mathcal{A}$ und $\mathcal{E}$.
Dieser Unterschied trat schon im letzten Kapitel in Abschnitt 4.2.2 auf. Bei den Modellen $\mathcal{A}$ und $\mathcal{E}$ ist die Zuordnung zwischen einem Parametersatz **p** und der beobachtbaren Radialgeschwindigkeit an einem bestimmten Punkt eindeutig. Bei den übrigen ist keine eindeutige Zuordnung aufgrund der fehlenden Kenntnis des tatsächlichen Ortes der Wolke bzw. der Bahnparameter möglich.
Dieser Unterschied fällt hier durch die Mittelwertbildung nicht weiter auf. Es gilt jedoch, daß bei den Modellen $\mathcal{A}$ und $\mathcal{E}$ die Dispersion an einem bestimmten Punkt verschwindet, bei den Modellen $\mathcal{B} - \mathcal{D}$ jedoch nicht.
Daher wird es zur Parameterbestimmung bei den Modellen $\mathcal{A}$ und $\mathcal{E}$ ausreichen, wenn es während der Rechnungen überhaupt genügend Wolken gab, die sich in ihren Radialgeschwindigkeiten um mehr als den Meßfehler δ unterscheiden, wenn also gilt:

$$E + \sqrt{D} > \delta \tag{5.7}$$

Bei den übrigen Modellen müssen sich bei beliebiger Wahl der Zufallsvariablen Unterschiede feststellen lassen; hier muß die Minimalforderung lauten :

$$E - \sqrt{D} > \delta \tag{5.8}$$

Sind diese Forderungen erfüllt, so läßt sich sagen, daß sich die Modelle meßbar unterscheiden. Sind sie nicht erfüllt, so heißt das jedoch nicht, daß sich die Modelle nicht meßbar unterscheiden, da durch den Mittelungsprozeß die Information über Zuordnung zwischen beobachtetem Ort und beobachteter Geschwindigkeit verloren geht.
Bei der Unterscheidung zwischen Modellen gleichen Typs aber unterschiedlichem Parametersatz werden je nach Art der zu untersuchenden Variablen bestimmte Orte günstiger sein als andere, so läßt sich z.B. über die Zentralmasse sicher eher etwas aufgrund zentrumsnaher Wolken und über die Hintergrundmasse eher etwas aufgrund zentrumsferner Wolken sagen, da der Anteil der Hintergrundmasse an der gesamten eingeschlossenen Masse mit zunehmendem Radius größer wird. Dieser Effekt wird später nachgewiesen.

5.2 Ergebnisse

Im folgenden werden diese Rechnungen durchgeführt, indem ein Grund-Parametersatz nach Tabelle 5.1 eingeführt und die mittlere Abweichung der Geschwindigkeiten an gleichen beobachtbaren Punkten bestimmt wird. Der Grundparametersatz beschreibt das Modell $\mathcal{A}$, "Kreisbahnen in einer Ebene". Die anderen Parameter sind diejenigen, die für unsere Galaxis angenommen werden; der Inklinationswinkel beträgt 45 Grad. Außer der Zentralmasse $M_c = 2 \cdot 10^6\,\mathrm{M}_\odot$ werden noch die Modelle mit $M_c = 1 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$ und $M_c = 1 \cdot 10^9\,\mathrm{M}_\odot$ betrachtet. Ein typischer Wert für eine Seyfert-Galaxie kann als $M_c = 1 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$ angenommen werden. Diese Modell kann nun,je nachdem welcher Parameter geändert wird, mit einem der Modelle $\mathcal{B} - \mathcal{E}$ bei gleichem Parametersatz **p** verglichen werden oder mit Modell $\mathcal{A}$, jedoch bei einem geänderten

Grundparameter		
Bezeichnung	Parameter	Wert
Anzahl der Monte-Carlo-Läufe	N	50
maximaler Radius der Orte der Wolken in pc	M	100
Maximum der Größenverteilung der Wolken in pc	X	15
σ der Größenverteilung der Wolken in pc	σ	15
Ausdehnung der größten Wolke in pc	R	50
Ausdehnung der kleinsten Wolke in pc	L	4
Anzahl der Wolken	n	50
max. Abweichung der Ellipsenradien vom Radius der Wolken in %	e	0
Inklinationswinkel in Grad	ω	45
max. Abweichung einer Wolke vom Inklinationswinkel in Grad	d	0
Zentralmasse in $M_\odot$	M_c	$2 \cdot 10^6$
		$1 \cdot 10^8$
		$1 \cdot 10^9$
Masse M_0 der Hintergrundmassenverteilung in $M_\odot$	M_0	$1.14 \cdot 10^9$
Exponent der Hintergrundmassenverteilung	a	1.25
Skalierung in pc	r_0	100
ν_0 der Viskositätsverteilung in km pc/sec	ν_o	0
Exponent der Viskositätsverteilung	b	0.8

Tabelle 5.1: Werte der Parameter, die im folgenden angenommen werden, falls keine Änderung angegeben ist.

Parametersatz. Ersteres gibt Antwort auf die Frage, ob sich die verschiedenen Modelle $\mathcal{A} - \mathcal{E}$ unterscheiden lassen (in diesem Beispiel wird nur die Unterscheidbarkeit des Modells $\mathcal{A}$ von den anderen untersucht), letzteres, ob sich am Beispiel von Modell $\mathcal{A}$ fiktive Galaxien gleichen Modells aber mit unterschiedlichen Parametern unterscheiden lassen.

Die Meßgenauigkeit der Radialgeschwindigkeit wird als 15 km/sec angenommen, was einer spektralen Auflösung von 0.5 Å bei der Hα-Linie entspricht.

5.2.1 Unterscheidung zwischen Modell $\mathcal{A}$ und den anderen Modellen

Um die Unterscheidbarkeit des Modells $\mathcal{A}$ von den übrigen Modellen ($\mathcal{B} - \mathcal{E}$) bei gleichem Parametersatz **p** zu untersuchen, werden die Parameter d, e, ν_0 und b aus Tabelle 5.1 variiert. Modell $\mathcal{B}$, Kreisbahnen nicht in einer Ebene, wird durch Variation von d erreicht; d gibt die maximale Abweichung des Neigungswinkels der Bahnebene einer Wolke vom Inklinationswinkel an. e gibt an, um wieviel % der maximale Radius der Bahn größer bzw. der minimale kleiner sein kann als der Radius des derzeitigen Ortes einer Wolke. Hierdurch wird Modell $\mathcal{C}$, "Ellipsenbahnen in einer Ebene" beschrieben. Um Modell $\mathcal{D}$, "Ellipsenbahnen nicht in einer Ebene", zu beschreiben, müssen d und e größer als Null gewählt werden. Modell $\mathcal{E}$ schließlich, "Akkretionsbahnen in einer Ebene", wird durch Angabe des Viskositätsverlaufes beschrieben.

Vergleich zwischen verschiedenen Modellen							
Modell		$2 \cdot 10^6\,M_\odot$ E [km/s]	$\sqrt{D}$ [km/s]	$1 \cdot 10^8\,M_\odot$ E [km/s]	$\sqrt{D}$ [km/s]	$1 \cdot 10^9\,M_\odot$ E [km/s]	$\sqrt{D}$ [km/s]
Kreisbahnen nicht in einer Ebene	d=2	0.9	1.0	0.9	1.0	1.0	1.4
	d=10	4.6	5.3	4.4	5.2	5.2	7.0
	d=45	30.6	31.3	31.9	32.2	43.7	44.6
	d=90	56.1	62.8	58.5	66.3	77.1	88.5
	d=180	90.1	82.6	97.4	85.1	121.1	114.5
Rosettenbahnen in einer Ebene	e=0.1	4.7	3.5	4.8	3.6	5.4	4.0
	e=0.3	15.6	11.6	15.8	11.8	17.8	13.2
	e=0.5	26.7	20.0	27.2	20.3	30.6	23.0
	e=0.9	49.3	38.2	49.8	38.6	57.5	45.3
Rosettenbahnen nicht in einer Ebene	e/d=0.1/2	4.9	3.6	5.0	3.7	5.6	4.0
	e/d=0.1/45	31.6	30.1	33.7	33.0	44.9	45.5
	e/d=0.1/180	94.5	79.1	97.8	86.4	123.9	113.8
	e/d=0.5/2	26.4	19.7	27.0	20.1	30.2	22.8
	e/d=0.5/45	47.1	36.5	48.2	37.7	60.4	50.3
	e/d=0.5/180	107.4	79.8	110.8	83.2	141.6	110.8
	e/d=0.9/2	49.3	38.2	50.5	39.1	56.7	44.6
	e/d=0.9/45	65.9	47.4	68.7	49.0	80.3	60.1
	e/d=0.9/180	122.2	86.3	126.2	90.6	163.7	115.7
Akkretions-bahnen	ν_0/b=2000/0.8	9.3	6.3	9.7	9.2	12.4	10.0
	ν_0/b=2000/1.5	9.4	5.9	10.0	8.0	13.1	13.1
	ν_0/b=10000/0.8	47.1	32.4	49.5	40.4	64.8	58.0
	ν_0/b=10000/1.5	46.3	30.1	48.3	43.4	65.6	54.9

Tabelle 5.2: Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen in einer Ebene) und den übrigen für eine Zentralmasse von $M_c = 2 \cdot 10^6\,M_\odot$, $M_c = 1 \cdot 10^8\,M_\odot$ und $M_c = 1 \cdot 10^9\,M_\odot$. Für Modell $\mathcal{A}$ wurden ansonsten die Grundparameter aus Tabelle 5.1 verwendet, für das jeweils andere Modell die angegebene Variation der Parameter d, e, ν_0 und b.

Es gilt $\nu = \nu_0 \cdot (r/r_0)^b$. Die Parameter ν_0 und b werden variiert.

Die erhaltenen Werte sind in Tabelle 5.2 dargestellt.

Desweiteren wurden Rechnungen durchgeführt, bei denen die Wolken nicht beliebig innerhalb des Radius 100 pc gewürfelt wurden, sondern bei einem Durchlauf galt 1 pc $< r <$ 10 pc, bei einem anderen 90 pc $< r <$ 100 pc. Auf diese Weise ist mehr Information über den Ort der Wolke erhalten geblieben. Diese Rechnungen wurden nur für das Modell mit der Zentralmasse von $M_c = 1 \cdot 10^8\,M_\odot$ gemacht. Diese Ergebnisse sind in Tabelle 5.3 dargestellt.

Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$

Lage der Wolken zwischen 1 pc und 100 pc Die Ergebnisse zeigen, daß die Bedingung nach Gleichung 5.8 für keine der hier verwendeten Parameter erfüllt ist.

Vergleich zwischen verschiedenen Modellen					
Modell		nahe Wolken		ferne Wolken	
		E [km/s]	$\sqrt{D}$ [km/s]	E [km/s]	$\sqrt{D}$ [km/s]
Kreisbahnen nicht in einer Ebene	d=10	4.0	5.1	3.3	2.9
	d=45	33.7	36.1	34.0	29.9
	d=180	99.5	97.9	99.3	70.9
Rosettenbahnen in einer Ebene	e=0.1	4.8	3.5	5.8	4.2
	e=0.5	21.3	15.6	25.0	18.2
	e=0.9	33.2	25.0	38.3	28.9
Rosettenbahnen nicht in einer Ebene	e/d=0.1/45	39.1	35.1	38.7	33.4
	e/d=0.1/180	107.5	77.2	108.3	70.7
	e/d=0.5/45	54.9	42.5	59.7	42.8
	e/d=0.5/180	136.7	80.5	141.7	77.0
	e/d=0.9/45	68.4	48.7	76.3	51.3
	e/d=0.9/180	155.6	88.4	162.7	90.4
Akkretions-bahnen	ν_0/b=2000/0.8	69.7	76.8	6.2	0.2
	ν_0/b=2000/1.5	70.4	77.6	6.2	0.2
	ν_0/b=10000/0.8	350.6	399.6	31.2	0.8
	ν_0/b=10000/1.5	354.2	402.7	31.2	0.8

Tabelle 5.3: Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen in einer Ebene) und den übrigen Modellen bei Verwendung zentrumsnaher $(1\,\mathrm{pc} < r < 10\,\mathrm{pc})$ und zentrumsferner $(1\,\mathrm{pc} < r < 10\,\mathrm{pc})$ Wolken für eine Zentralmasse von $1 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$. Für Modell $\mathcal{A}$ wurden ansonsten die Grundparameter aus Tabelle 5.1 verwendet, für das jeweils andere die angegebene Variation von d, e, ν_0 und b.

Lage der Wolken zwischen 1 pc und 10 pc Auch hier wird die Bedingung nicht erfüllt.

Lage der Wolken zwischen 90 pc und 100 pc In diesem Fall sind die Werte für $E - \sqrt{D}$ größer als in den anderen Fällen, eine Unterscheidung ist aber nur für den Fall möglich, wenn die Verteilung der Wolken kugelsymmetrisch ist.

Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ und $\mathcal{C}$

Auch hier mißglückt eine beobachtbare Unterscheidung in allen Fällen. Es spielt keine Rolle, welche Wolkenverteilung gewählt wird.

Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ und $\mathcal{D}$

Die Unterscheidung zu Rosettenbahnen nicht in einer Ebene gelingt in einigen Fällen, wenn die Wolken kugelsymmetrisch verteilt sind. Durch genauere Kenntnis des beobachteten Ortes gelingt die Unterscheidung besser, es spielt jedoch keine Rolle, ob zentrumsnahe oder zentrumsferne Wolken betrachtet werden. Hier gelingt die Unterscheidung sowohl bei starken Ellipsen als auch bei kugelsymmetrischer Verteilung.

Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ und $\mathcal{E}$

In diesem Fall genügt die schwächere Bedingung nach Gleichung 5.7, was zur Folge hat, daß sich die Modelle bei allen hier gerechneten Parametern unterscheiden lassen. Die Unterscheidung gelingt um so besser, je größer die Viskosität, also je größer die Radialgeschwindigkeiten sind. Wie zu erwarten, lassen sich die Modelle aufgrund der zentrumsfernen Wolken nicht unterscheiden, hingegen aufgrund der zentrumsnahen Wolken besonders gut, da - wie in Abbildung 3.5 gezeigt - die zusätzliche Radialdriftgeschwindigkeit aufgrund der Viskosität mit zunehmendem Radius stark abnimmt.

Unterscheidung zwischen Modellen vom Typ $\mathcal{A}$ mit unterschiedlichen Parametern

Um zu untersuchen, ob sich nach Entscheidung für ein Modell Parameter bestimmen lassen, wird das Modell $\mathcal{A}$ als Beispiel verwendet. Es werden wiederum die Grundparameter aus Tabelle 5.1 verwendet und nun nur die Parameter des Satzes **p**, also der Inklinationswinkel ω, die Hintergrundmasse $M_b = M_0 \cdot (r/r_o)^a$ und die Zentralmasse M_c variiert. Das eine der beiden Modelle ist also Modell $\mathcal{A}$ mit den Grundparametern, das andere Modell $\mathcal{A}$ mit einem veränderten Parameter. Ist dann die Bedingung nach Gleichung 5.7 erfüllt, so unterscheiden sich die beiden Modelle beobachtbar.
Es werden wieder Modelle mit einer Zentralmasse von $M_c = 2 \cdot 10^6\,\mathrm{M}_\odot$, $M_c = 1 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$ und $M_c = 1 \cdot 10^9\,\mathrm{M}_\odot$ verwendet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.4 gezeigt.

Lage der Wolken zwischen 1 pc und 100 pc

Zunächst werden die Wolken über den gesamten Bereich zwischen einer Entfernung von 1 pc und 100 pc betrachtet.

Bestimmung des Inklinationswinkels Es zeigt sich, daß sich Modelle ab einer Differenz des Inklinationswinkels um mehr als 15 Grad beobachtbar unterscheiden. Für $\omega = 30$ Grad unterscheiden sich die Radialgeschwindigkeiten im Mittel um mehr als 20 km/sec vom Modell mit $\omega = 45$ Grad.

Bestimmung der Hintergrundmasse Die Bestimmung der Hintergrundmasse erfolgt um so besser, je kleiner die Zentralmasse ist. Das ist dadurch zu erklären, daß sie dann einen größeren Anteil an der gesamten eingeschlossenen Masse an jeder Stelle hat. Die Grundparameter sind $M_0 = 1.14 \cdot 10^9\,\mathrm{M}_\odot$, $r_0 = 100$ pc und $a = 1.25$. Eine Unterscheidung ist beobachtbar für ein M_0 kleiner oder gleich $1 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$ bzw. größer als $1.5 \cdot 10^9\,\mathrm{M}_\odot$, für ein r_0 kleiner als 70 pc bzw. größer als 150 pc und für ein a kleiner als 0.5 bzw. größer als 2.0.

Bestimmung der Zentralmasse Die Bestimmung der Zentralmasse gelingt um so besser, je größer sie ist. Im Fall $M_c = 2 \cdot 10^6\,\mathrm{M}_\odot$ hat sie nach Abbildung 3.5 keinen nennenswerten Anteil an der Gesamtmasse. Es unterscheiden sich auch die Modelle mit dieser Masse und die mit z.B. einer Sonnenmasse nicht voneinander. Erst bei einer Zentralmasse von $M_c = 1 \cdot 10^9\,\mathrm{M}_\odot$ ist ihr Beitrag so groß, daß eine Unterscheidung von anderen Modellen möglich ist. Bei einer Zentralmasse in dieser Höhe gelingt eine Unterscheidung zu Modellen, die eine geringere Zentralmasse haben als $M_c = 5 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$ und zu denen mit $M_c > 2 \cdot 10^9\,\mathrm{M}_\odot$.

Vergleich zwischen Modellen mit verschiedenen Parametern

Parameter	Wert	$2 \cdot 10^6\,M_\odot$ E [km/s]	$2 \cdot 10^6\,M_\odot$ $\sqrt{D}$ [km/s]	$1 \cdot 10^8\,M_\odot$ E [km/s]	$1 \cdot 10^8\,M_\odot$ $\sqrt{D}$ [km/s]	$1 \cdot 10^9\,M_\odot$ E [km/s]	$1 \cdot 10^9\,M_\odot$ $\sqrt{D}$ [km/s]
ω [Grad]	30	21.1	11.7	21.3	12.3	26.3	18.0
	40	5.4	3.7	5.4	4.0	6.0	5.6
	43	1.9	1.4	2.0	1.6	2.2	2.2
	47	1.6	1.4	1.7	1.5	1.7	2.0
	50	3.5	3.4	3.4	3.7	4.2	5.1
	60	6.5	7.7	7.0	7.9	11.4	10.0
M_0 [$M_\odot$]	$1 \cdot 10^6$	85.7	35.6	66.7	28.2	39.4	17.0
	$1 \cdot 10^8$	62.8	26.9	56.3	23.8	35.6	15.2
	$1 \cdot 10^9$	5.7	2.4	5.6	2.3	4.0	1.7
	$1.5 \cdot 10^9$	13.1	5.6	12.8	5.3	10.1	4.2
	$2 \cdot 10^9$	29.1	12.3	28.4	11.7	22.7	9.5
	$1 \cdot 10^{10}$	177.8	73.8	176.0	71.8	158.2	64.5
r_0 [pc]	50	48.5	20.3	47.1	20.1	39.4	16.3
	70	22.2	9.4	21.3	9.2	17.3	7.3
	90	60.4	2.5	5.8	2.5	4.5	1.9
	110	5.1	2.2	4.9	2.1	3.8	1.6
	150	20.1	8.5	19.3	8.0	13.9	6.1
a	0.5	11.3	11.8	10.4	9.7	7.7	6.9
	1.0	3.5	3.2	3.5	3.0	2.5	1.9
	1.2	0.7	0.6	0.7	0.6	0.5	0.4
	1.3	0.7	0.6	0.7	0.6	0.5	0.4
	2.0	11.3	12.1	10.1	7.7	7.6	5.8
M_c [$M_\odot$]	1	0.1	0.1				
	$5 \cdot 10^5$	0.1	0.1				
	$1 \cdot 10^6$	0.1	0.1				
	$3 \cdot 10^6$	0.1	0.1				
	$1 \cdot 10^7$	0.3	0.3				
	$1 \cdot 10^8$	4.1	3.9				
	$1 \cdot 10^9$	34.1	25.9				
M_c [$M_\odot$]	1			4.2	4.4		
	$1 \cdot 10^6$			4.1	3.8		
	$5 \cdot 10^7$			2.0	1.7		
	$9 \cdot 10^7$			0.4	0.4		
	$2 \cdot 10^8$			3.9	3.3		
	$1 \cdot 10^9$			30.4	22.4		
	$1 \cdot 10^{10}$			187.2	115.8		
M_c [$M_\odot$]	1					35.4	28.9
	$1 \cdot 10^7$					33.5	25.3
	$1 \cdot 10^8$					29.8	23.0
	$5 \cdot 10^8$					15.9	11.2
	$9 \cdot 10^8$					3.0	2.0
	$2 \cdot 10^9$					25.9	16.8

Tabelle 5.4: Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen in einer Ebene) mit den Grundparametern und Modell $\mathcal{A}$ mit Variationen eines Parameters des Satzes **p** bei einer Zentralmasse von $M_c = 2 \cdot 10^6\,M_\odot$, $M_c = 1 \cdot 10^8\,M_\odot$ und $M_c = 1 \cdot 10^9\,M_\odot$.

Vergleich zwischen Modellen mit verschiedenen Parametern					
Parameter	Wert	nahe Wolken E [km/s]	nahe Wolken $\sqrt{D}$ [km/s]	ferne Wolken E [km/s]	ferne Wolken $\sqrt{D}$ [km/s]
M_0 $[M_\odot]$	1	33.4	16.2	77.9	2.3
	$1 \cdot 10^6$	33.6	16.1	77.7	2.3
	$1 \cdot 10^8$	29.9	14.3	63.3	1.9
	$1 \cdot 10^9$	3.4	1.6	6.0	0.1
	$1.5 \cdot 10^9$	8.2	3.9	13.9	0.4
	$2 \cdot 10^9$	18.6	8.8	30.7	0.9
	$1 \cdot 10^{10}$	126.1	58.5	187.6	5.7
M_c $[M_\odot]$	1	25.1	24.0	2.2	0.1
	$1 \cdot 10^6$	25.0	24.2	2.2	0.1
	$5 \cdot 10^7$	13.4	4.6	1.1	0.1
	$9 \cdot 10^7$	2.5	0.9	0.2	0.01
	$2 \cdot 10^8$	22.5	7.4	2.2	0.1
	$1 \cdot 10^9$	134.3	41.5	17.9	0.8

Tabelle 5.5: Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen in eienr Ebene) mit den Grundparametern $(M_c = 1 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot)$ und Modell $\mathcal{A}$ mit Variationen eines der beiden Parameter M_0 und M_c bei Verwendung zentrumsnaher $(1\,\mathrm{pc} < r < 10\,\mathrm{pc})$ und zentrumsferner $(90\,\mathrm{pc} < r < 100\,\mathrm{pc})$ Wolken.

zentrumsnahe und zentrumsferne Wolken

Im folgenden wird der Einfluß studiert, der entsteht, wenn die Wolken nicht aus dem gesamten Bereich zwischen 1 pc und 100 pc gewählt werden, sondern entweder nur zentrumsnahe $(1\,\mathrm{pc} < r < 10\,\mathrm{pc})$ oder zentrumsferne $(1\,\mathrm{pc} < r < 10\,\mathrm{pc})$ Wolken gewählt werden. Als Beispiel wird hier die Bestimmung der Hintergrundmasse und der Zentralmasse gewählt, da in zentrumsnahen Regionen der Anteil der Zentralmasse, in zentrumsfernen Regionen der der Hintergrundmasse überwiegt[1]. Als Grund-Zentralmasse wird $M_c = 1 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$ verwendet. Es zeigt sich erwartungsgemäß, daß die Bestimmung der Hintergrundmasse (M_0) besser bei zentrumsfernen Wolken gelingt als bei zentrumsnahen. Bei der Bestimmung der Zentralmasse ist es umgekehrt, hier ist sogar eine Bestimmung mit Hilfe der zentrumsfernen Wolken unmöglich. Die Unterscheidung mit Hilfe der zentrumsnahen Wolken gelingt bei Modellen mit einer Zentralmasse von kleiner als $M_c = 5 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$. Bei der Wahl der Wolken aus dem gesamten Bereich war eine Abgrenzung gegenüber Modellen mit geringerer Zentralmasse nicht möglich. Die Abgrenzung gegenüber Modellen mit größeren Zentralmassen gelingt ab $M_c = 2 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$.

5.2.2 Zusammenfassung

Es gibt einen prinzipiellen Unterschied zwischen den Modellen $\mathcal{A}$ und $\mathcal{E}$ einerseits, bei der nach Festlegung des Parametersatzes **p** eine eindeutige Zuordnung zwischen beobachtetem Ort

[1]siehe Gleichung 3.17

und theoretisch beobachtbarer Radialgeschwindigkeit möglich ist, und den Modellen $\mathcal{B} - \mathcal{D}$ andererseits, bei denen dies nicht möglich ist. Daraus resultiert, daß eine Abgrenzung zwischen Modellen $\mathcal{A}$ und $\mathcal{E}$ eher gelingt als zwischen anderen Kombinationen. Es gibt jedoch auch bei ungünstigen Konstellationen Fälle, in denen eine Abgrenzung möglich ist. Bei den günstigen Fällen gelingt sie in allen hier betrachteten Fällen.
Die Parameterbestimmung am Beispiel des Modells $\mathcal{A}$ ist in in einer Reihe von Fällen möglich. Je nach Art der zu untersuchenden Variable kann es günstiger sein, Wolken aus einem eingegrenzten Bereich zu betrachten. Dies wurde am Beispiel der Bestimmung der Zentralmasse, die eher bei zentrumsnahen Wolken gelingt, und der Hintergrundmasse, die eher bei zentrumsfernen Wolken gelingt, nachgewiesen.

6. Untersuchungen am aktuellen Beispiel der Galaxie NGC4258

Die am meisten verbreitete Erklärung für das Auftreten aktiver galaktischer Kerne als Typ 1 (breite und schmale Emissionslinien) und Typ 2 (nur schmale Linien) besagt, daß es um den innersten Kern herum einen Torus aus Gas und Staub gibt, der je nach Winkel des Sehstrahls den Blick auf das Zentrum verwehrt (Typ 2) oder nicht (Typ 1).
Zwei Arbeiten vom Januar bzw. Februar 1995 berichten von Beobachtungen von Maser-Emissionen gasförmiger Wasser-Moleküle in der aktiven Galaxie NGC 4258 (bzw. M106) berichten, nämlich [Gr95] und [Mi95]. Da die Positionen der Maser im Zentralbereich des Kerns liegen, entlang einer Linie aufgereiht sind und aufgrund der Art der Variation der Geschwindigkeiten entlang der Linie ist die Interpretaion die, daß sich die Maser innerhalb von dichten Gas-Wolken des oben beschriebenen Torus befinden. Dieser rotiert, man schaut auf ihn edge-on und beobachtet die Emissionen, die in der Linie senkrecht zum Sehstrahl liegen. Er hat einen festen inneren und äußeren Rand.
Die Beobachtungen wurden durch Interferometrie des VLBA und des VLA gemacht. Nach [Gr95] hat der Torus einen mittleren Durchmesser von entweder $0.014\,\mathrm{pc}$, wobei die Masse innerhalb des Torus einen Wert von $5 \cdot 10^3\,\mathrm{M}_\odot$ haätte, oder von etwa $0.2\,\mathrm{pc}$, dann hätte die eingeschlossene Masse einen Wert von etwa $2.1 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$. In beiden Fällen beträgt die Massendichte $3.5 \cdot 10^9\,\mathrm{M}_\odot/\mathrm{pc}^3$. Der zweite Fall wird favorisiert.

In [Mi95] wird der innere Rand des Torus zu 0.13 pc, der äußere zu 0.25 pc bestimmt. Es läßt sich mit hoher Genauigkeit eine Keplersche Rotationskurve[1] an die gemessenen Werte anfitten, und es ergibt sich eine Masse von $3.6 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ innerhalb des Radius 0.13 pc. Die Auflösung der Geschwindigkeitsmessung beträgt dabei $0.2\,\mathrm{km/sec}$.
Damit ergibt sich eine Massendichte von über $4 \cdot 10^9\,\mathrm{M}_\odot/\mathrm{pc}^3$. Das ist mehr als 40-mal so viel wie z.B. bei Messungen der Galaxie M87, bei der man Hinweise auf ein schwarzes Loch im Zentrum zu haben meint.
So wird auch hier vermutet, daß es sich im Zentrum um ein schwarzes Loch handeln muß. Ein zentraler Sternhaufen scheidet bei der Dichte aufgrund von zu vielen Kollisionen, die ihn zerreißen würden, aus.

In [Ma95] werden gesondert Rechnungen angestellt, die nachweisen, daß es sich bei dieser Dichte nicht um einen zentralen Sternhaufen handeln kann, auch nicht um ein schwarzes Loch von geringerer Masse umgeben von einem Sternhaufen, es sei denn die einzelnen Objekte hätten eine Masse von $< 0.05\,\mathrm{M}_\odot$. Es wird abgeschätzt, daß das schwarze Loch eine Masse haben muß, die wenigstens 98% der zu $3.6 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ bestimmten eingeschlossenen Masse beträgt.

In [SK95] wird angemerkt, daß es eine weitere unabhängige Möglichkleit gibt, die Zentralmasse zu bestimmen, nämlich aufgrund der Gravitationsrotverschiebung. Diese ist gegeben durch $z(r) = v_{circ}^2/c^2$. Für den inneren Rand ergibt sich damit eine Rotverschiebung aufgrund einer Masse von $3.6 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ von $cz(r = 0.13\,\mathrm{pc}) = 4\,\mathrm{km/sec}$, am äußeren von

[1] Modell $\mathcal{A}$ dieser Arbeit

Grundparameter		
Bezeichnung	Parameter	Wert
Anzahl der Monte-Carlo-Läufe	N	200
mögliche Orte der Wolken in pc	x	$0.13 < \lvert x \rvert < 0.25$
	y	$-0.0025 < y < 0.0025$
Maximum der Größenverteilung der Wolken in pc	X	0.005
σ der Größenverteilung der Wolken in pc	σ	0.005
Ausdehnung der größten Wolke in pc	R	0.01
Ausdehnung der kleinsten Wolke in pc	L	0.001
Anzahl der Wolken	n	50
max. Abweichung der Ellipsenradien vom Radius der Wolken in %	e	0
Inklinationswinkel in Grad	ω	83
max. Abweichung einer Wolke vom Inklinationswinkel in Grad	d	0
Zentralmasse in $M_\odot$	M_c	$3.6 \cdot 10^7$
Masse M_0 der Hintergrundmassenverteilung in $M_\odot$	M_0	0
Exponent der Hintergrundmassenverteilung	a	1.25
Skalierung in pc	r_0	100
ν_0 der Viskositätsverteilung in km pc/sec	ν_o	0
Exponent der Viskositätsverteilung	b	0.8

Tabelle 6.1: Werte der Parameter, die im folgenden angenommen werden, falls keine Änderung angegeben ist.

$cz(r = 0.25\,\mathrm{pc}) = 2\,\mathrm{km/sec}$. Diese Abweichung von der Kepler-Bewegung müßte bei einer Auflösung von $0.2\,\mathrm{km/sec}$ zu messen sein.

In dieser Arbeit soll nun untersucht werden, wie eindeutig man die Abgrenzung der Kreisbahnen in einer Ebene von den anderen Modellen feststellen kann, wie gut die Parameterbestimmung, insbesondere die der Zentralmasse, sein kann und ob es andere Effekte gibt, die eine Abweichung von der Kepler-Bahn wie sie aufgrund der Gravitationsrotverschiebung nach [SK95] auftreten muß, ergeben.
Dazu wird zunächst das Verfahren des Kapitels 5 verwendet. Doch in diesem Fall, wo die Orte der gemessenen Wolken entlang einer Linie liegen, kann eine Unterscheidung leicht graphisch erfolgen, was im Anschluß zu allen Fragen geschieht.
Es werden die in [Mi95] bestimmten Parameter verwendet, die in Tabelle 6.1 aufgeführt werden.
Es wird lediglich eine Zentralmasse M_c verwendet und keine Hintergrundmassenverteilung M_b, da die Zentralmasse bei diesen Radien bei weitem überwiegt.

6.1 Methode des letzten Kapitels

Hier soll nun nach der Methode des Kapitels 5 der Fall einer Galaxie untersucht werden, die die Parameter der Galaxie NGC 4258 hat. Diese sind in Tabelle 6.1 zusammengestellt. Die Wolken werden hier nach Vorgabe des tatsächlichen Falles nicht rotationssymmetrisch in der

Modell		E [km/s]	$\sqrt{D}$ [km/s]
Vergleich zwischen verschiedenen Modellen			
Kreisbahnen nicht in einer Ebene	d=1	1.0	0.6
	d=2	2.0	1.2
	d=10	9.7	8.3
	d=45	92.2	91.8
	d=180	907.5	647.9
Rosettenbahnen in einer Ebene	e=0.001	0.04	0.04
	e=0.01	0.9	0.6
	e=0.1	10.5	7.6
	e=0.9	181.0	136.4
Rosettenbahnen nicht in einer Ebene	e/d=0.001/1	1.0	0.6
	e/d=0.001/2	2.0	1.2
	e/d=0.001/10	9.6	8.3
	e/d=0.01/1	1.3	0.9
	e/d=0.01/2	2.1	1.4
	e/d=0.01/10	9.8	8.5
	e/d=0.1/1	10.6	7.7
	e/d=0.1/2	10.8	7.9
	e/d=0.1/10	14.6	11.1
Akkretions-bahnen	ν_0/b=100/0.8	0.0	0.0
	ν_0/b=100/1.5	0.0	0.0
	ν_0/b=200/0.8	0.0	0.0
	ν_0/b=200/1.5	0.0	0.0

Tabelle 6.2: Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen in einer Ebene) und den übrigen Modellen. Für Modell $\mathcal{A}$ wurden die Grundparameter aus Tabelle 6.1 verwendet, für das jeweils andere die angegebene Variation der Parameter d, e, ν_0 und b.

Ebene angenommen, sondern sie liegen auf der Linie senkrecht zur Beobachtungsrichtung. Dementsprechend werden nur Orte gewählt, für die $y = 0$ pc gilt. Außerdem werden auch noch Orte betrachtet, die leicht vor oder hinter der Linie liegen ($y = -0.025$ pc und $y = 0.025$ pc). Wie zuvor wird nun zunächst untersucht, ob sich unterschiedliche Modelle bei gleichem Parametersatz unterscheiden und sodann, ob sich Modelle eines Typs mit geänderten Parametern unterscheiden. Da keine Hintergrundmassenverteilung berücksichtigt wird, bleiben nur die Parameter Zentralmasse und Inklinationswinkel.

6.1.1 Unterscheidung zwischen verschiedenen Modellen

Tabelle 6.2 zeigt die zu Tabelle 5.2 analogen Daten. Es sind für die unterschiedlichen Modelle Erwartungswert und Dispersion der Geschwindigkeitsdifferenzen zum Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen mit Akkretion) angegeben. Es zeigt sich, daß bei dieser Wahl der Wolkenorte das Modell $\mathcal{E}$ (Akkretionsbahnen) keine Unterschiede aufweist. Das ist plausibel, denn die Akkretion bewirkt lediglich einen zusätzlichen Geschwindigkeitsbeitrag, der auf das Zentrum hin gerichtet ist, in

Vergleich zwischen Modellen mit verschiedenen Parametern			
Parameter	Wert	E [km/s]	$\sqrt{D}$ [km/s]
ω [Grad]	60	116.2	10.8
	70	48.6	4.5
	80	7.1	0.7
	81	4.5	0.4
	82	2.1	0.2
	84	1.8	0.2
	85	3.4	0.3
	90	6.9	0.6
M_c [$M_\odot$]	$1 \cdot 10^6$	759.1	70.9
	$1 \cdot 10^7$	430.8	39.9
	$3 \cdot 10^7$	79.4	7.4
	$3.2 \cdot 10^7$	51.9	4.8
	$3.4 \cdot 10^7$	25.6	2.4
	$3.5 \cdot 10^7$	12.7	1.2
	$3.7 \cdot 10^7$	12.6	1.2
	$4 \cdot 10^7$	49.2	4.6
	$5 \cdot 10^7$	162.5	15.3
	$1 \cdot 10^8$	606.0	57.2

Tabelle 6.3: Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen in einer Ebene) mit den Grundparametern und Modell $\mathcal{A}$ mit Variationen eines Parameters des Satzes **p** .

diesem Fall für $y = 0$ pc also senkrecht zur Beobachtungsrichtung und daher nicht beobachtbar. Im nächsten Kapitel wird gezeigt, daß aber schon für die kleinen Abweichungen von 0.025 pc von der $y = 0$ pc-Linie beobachtbare Unterschiede auftreten, die sich hier im Mittel noch nicht zeigen.
Ansonsten unterscheiden sich aufgrund der hohen Auflösung von 0.2 km/sec die übrigen Modelle bei den hier verwendeten Parametern beobachtbar. Das gilt schon für Abweichungen von der Ebene um 1 Grad und für Rosettenbahnen, bei denen sich die maximalen bzw. minimalen Bahnradien um 1% unterscheiden.

Bei festem Parametersatz ist die Unterscheidung zwischen den Kreisbahnen in einer Ebene und den übrigen Modellen also mit sehr hoher Genauigkeit möglich.

6.1.2 Unterscheidung zwischen Modellen gleichen Typs und unterschiedlicher Parameterwahl

Hier soll nun untersucht werden, wie gut sich bei Annahme des Modells "Kreisbahnen in einer Ebene" die Parameter Zentralmasse und Inklinationswinkel bestimmen lassen. Tabelle 6.3 zeigt die zu Tabelle 5.4 analogen Daten. Es zeigt sich, daß schon ein Modell, bei dem der Inklinationswinkel um 1 Grad geändert ist, beobachtbare Unterschiede aufweist. Gleiches gilt für ein Modell, bei dem die Zentralmasse statt $M_c = 3.6 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ $M_c = 3.5 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ oder $M_c = 3.7 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ beträgt.

6.2 Graphische Methode

In diesem Fall, wo die Orte der Wolken auf einer Linie liegen, lassen sich die Geschwindigkeiten und ihre Differenzen auch leicht und übersichtlich graphisch darstellen. Dazu werden entlang der Linie für $-0.25\,\mathrm{pc} < x < 0.25\,\mathrm{pc}$ (da der Ring einen inneren Radius von 0.13 pc hat, werden die Geschwindigkeiten für $|x| < 0.13$pc nicht berechnet) die Geschwindigkeiten bzw. Geschwindigkeitsdifferenzen dargestellt. Das geschieht für $y = -0.025$pc, $y = 0.000$pc und $y = 0.025$pc in linearer Folge in einem Bild.

6.2.1 Unterscheidung zwischen Modellen

Abbildung 6.1 zeigt die Unterscheidung zwischen Modell $\mathcal{A}$ und Modell $\mathcal{C}$ (Rosettenbahnen in einer Ebene). Es wurde als Ellipsenparameter $e = 0.01$ gewählt, der minimale bzw. maximale Bahnradius unterscheidet sich also um maximal 1% vom gegenwärtigen. Teil a der Abbildung zeigt die tatsächlichen Geschwindigkeitswerte, Teil b die Differenz der Geschwindigkeitswerte. Die Untersuchungen des letzten Abschnitts ergaben, daß sich für diesen Fall die Geschwindigkeiten im Mittel um $0.9\,\mathrm{km/sec}$ unterscheiden. Dieser Wert ist auch hier nachvollziehbar.
Das Beispiel zeigt damit, daß die Untersuchungen nach der Methode des letzten Kapitels realistische Werte liefert, mit denen tatsächlich eine Bewertung der Unterscheidbarkeit möglich ist.

Als zweites Beispiel wird die Unterscheidung zu Akkretionsbahnen untersucht. Abbildung 6.2 ist die zu Abbildung 6.1 analoge für diesen Fall. Es werden die Viskositätsparameter $\nu_0 = 200\,\mathrm{km\,pc/sec}$ und $b = 0.8$ verwendet.
Im letzten Abschnitt konnte nicht nachgewiesen werden, daß sich die beiden Modelle unterscheiden, da sich die Akkretionbahnen in der Nähe der $y = 0\,$pc-Linie nur wenig von den Kreisbahnen beobachtbar unterscheiden, auf der $y = 0\,$pc-Linie gar nicht. Letzteres sieht man in der Abbildung bestätigt. Für $y = 0.025\,\mathrm{pc}$ allerdings erreichen die Geschwindigkeitsdifferenzen in ihren Maxima die Auflösungsgrenze von $0.2\,\mathrm{km/sec}$.
Ab etwa dieser Viskosität ist also an Orten, die sich leicht von der $y = 0\,$pc-Linie entfernt befinden, eine Abgrenzung möglich.

6.2.2 Paramerterfit bei Annahme eines anderen Modells

Die Untersuchungen des letzten Kapitels (5) und die der vorangehenden Abschnitte dieses Kapitels beschäftigen sich lediglich mit der Frage, ob sich Modelle unterscheiden, wenn die übrigen Parameter konstant gehalten werden. Es erfolgt jedoch keine Aussage darüber, ob sich ein Modell mit einem Parametersatz **p** nicht doch von einem anderen Modell unterscheidet, das einen anderen Parametersatz hat.
An diesem Beispiel der Untersuchungen anhand der Galaxie NGC 4258, bei dem die graphische Darstellung einfach ist und es nur zwei Parameter gibt (Zentralmasse und Inklinationswinkel) lassen sich auch diese Fragen graphisch untersuchen. Nimmt man den Inklinationswinkel als durch andere Untersuchungen vorgegeben an, so verbleibt als einziger zu fittender Parameter die Zentralmasse. Es kann also ein anderes Modell ($\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ oder $\mathcal{D}$) vorgegeben werden und die

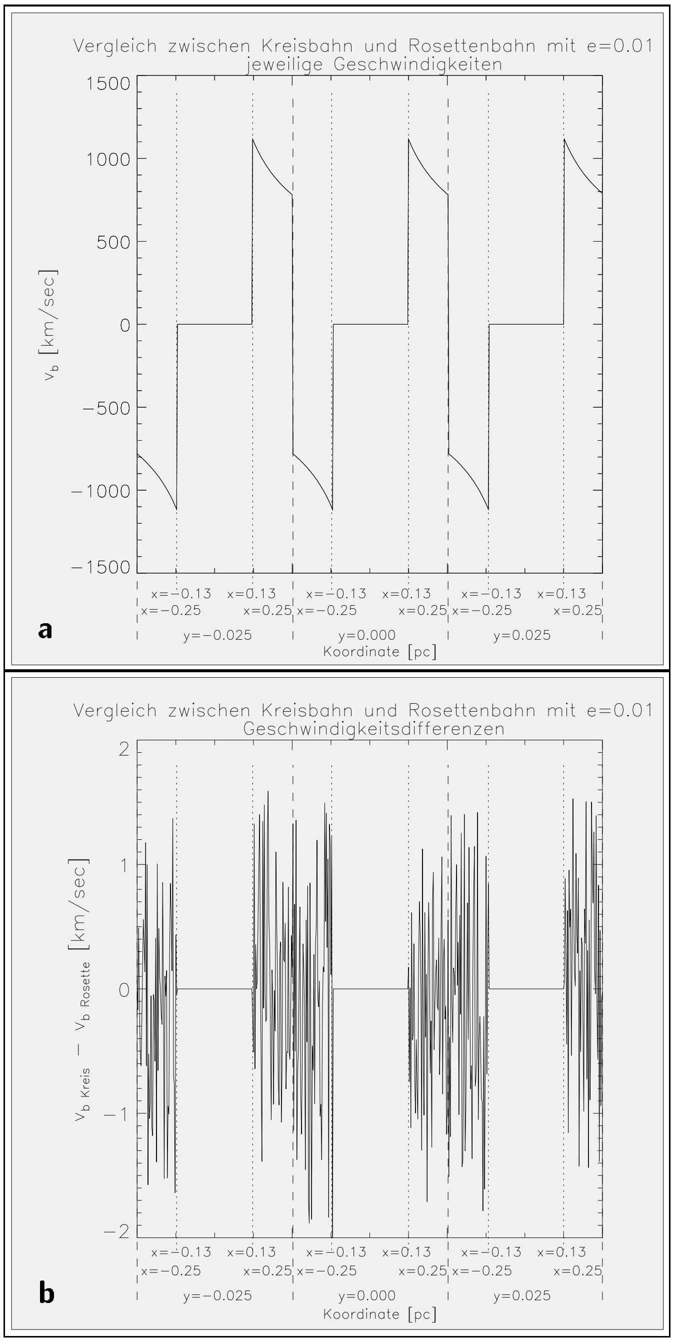

Abbildung 6.1: Graphischer Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen in einer Ebene) und Modell $\mathcal{C}$ (Rosettenbahnen in einer Ebene). Es wurde ein Ellipsenparameter von $e = 0.01$ verwendet, d.h. der maximale Radius der Bahn ist um 1% größer als der derzeitige und der minimale um 1% kleiner. Ansonsten wurden die Parameter nach Tabelle 6.1 verwendet.
Es sind jeweils die Geschwindigkeiten für $y = -0.025$ pc, $y = 0.000$ pc und $y = 0.025$ pc gezeigt. Entlang der x-Achse sind Geschwindigkeiten innerhalb des Staubringes, also für $0.13\,\mathrm{pc} < |x| < 0.25\,\mathrm{pc}$ zu beobachten.
Teil a zeigt die Geschwindigkeiten der beiden Modelle, Teil b die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den Modellen.

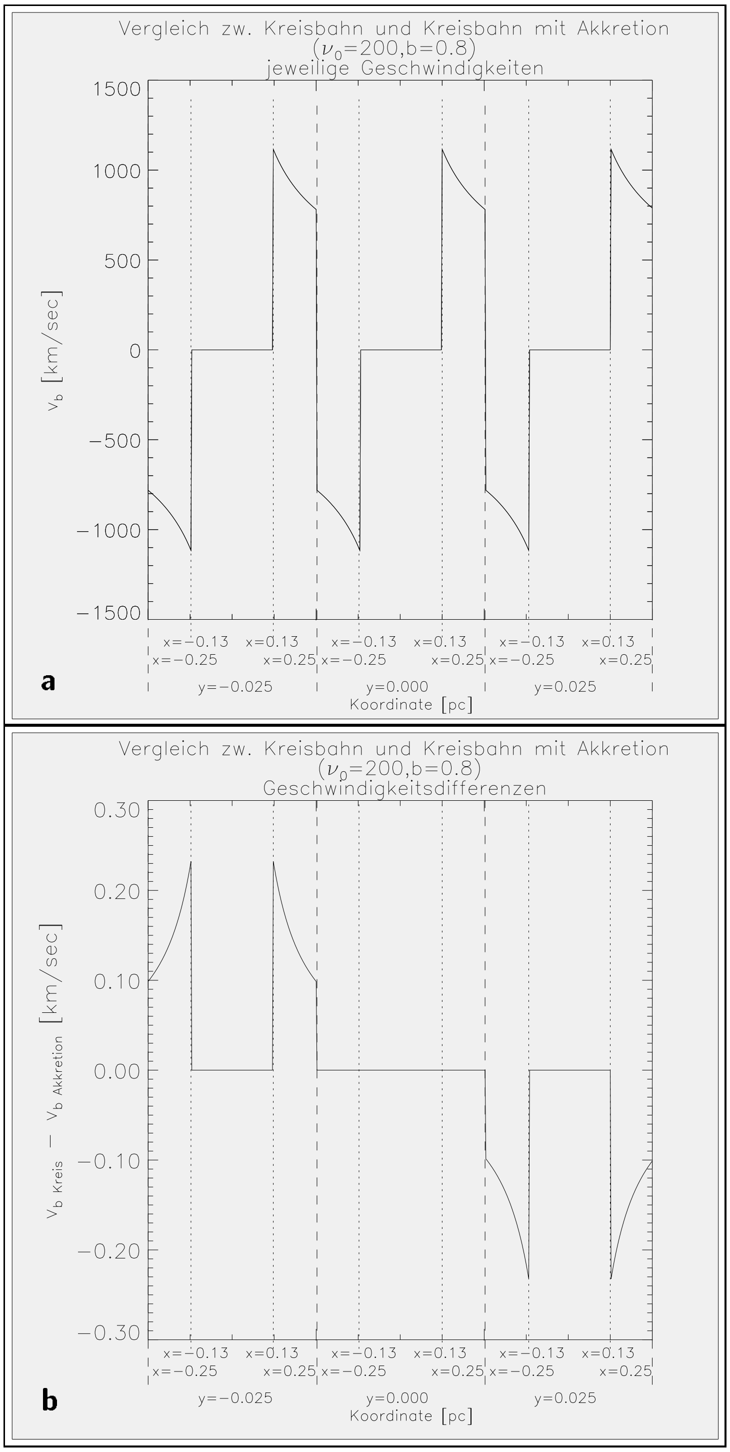

Abbildung 6.2: Graphischer Vergleich zwischen Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen in einer Ebene) und $\mathcal{E}$ (Akkretionsbahnen). Darstellung wie in Abbildung 6.1. Für die Akkretionsbahnen wurden die Parameter $\nu_0 = 200\,\mathrm{km\,pc/sec}$ und $b = 0.8$ verwendet.

Zentralmasse so variiert werden bis in der entsprechenden Abbildung der Geschwindigkeitsdifferenzen zu Modell $\mathcal{A}$ mit den in der Tabelle 6.1 gegebenen Parametern minimal sind. Sind die verbleibenden Unterschiede geringer als die Geschwindigkeitsauflösung, so lassen sich die beiden Modelle nicht unterscheiden, obwohl sie sich bei Annahme gleicher Parametersätze unterschieden haben.
Diese Untersuchungen werden am Beispiel der Abgrenzung von Rosettenbahnen in einer Ebene durchgeführt.

Rosettenbahnen mit $e = 0.1$

Als erstes Beispiel werden Rosettenbahnen betrachtet, bei denen sich der maximale bzw. minimale Radius um 10% vom gegenwärtigen unterscheidet. Es werden hier aus Gründen der Übersichtlichkeit die Bahnparameter nicht bis zu diesem Wert "gewürfelt", sondern sie sind für jede Bahn gleich. Teil a der Abbildung 6.3 zeigt die Differenz zwischen den Geschwindigkeiten bei Annahme von Modell $\mathcal{A}$ und $\mathcal{C}$ mit gleichem Parametersatz. Die Differenzen betragen maximal etwa 8 km/sec. Nun wird bei Modell $\mathcal{C}$ die Zentralmasse so geändert, daß die Unterschiede minimal werden. Das ist der Fall bei einer Zentralmasse von $M_c = 3.6365 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$. Das Ergebnis ist in Teil b der Abbildung dargestellt. Genau auf der $y = 0$ pc-Linie ist die Differenz kleiner als 0.02 pc, also deutlich unter der Auflösung von 0.2 pc.

Das bedeutet, daß sich Kreisbahnen mit $M_c = 3.6 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ und Rosettenbahnen mit $M_c = 3.6365 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ in diesem Bereich nicht meßbar unterscheiden.

Für $y = 0.025$ pc ist eine Unterscheidung jedoch deutlich möglich. Hier betragen die Differenzen maximal etwa 2 km/sec.

Selbst wenn man annimmt, daß sich alle Wolken genau auf der $y = 0$ pc-Linie befinden, wird die Zentralmasse auf einen nur um 1% geänderten Wert gefittet.

Rosettenbahnen mit $e = 0.9$

Hier werden zum letzten Abschnitt analoge Untersuchungen durchgeführt, nur ist der Ellipsenparameter nun $e = 0.9$, die maximalen bzw. minimalen Bahnradien unterscheiden sich also um 90% vom gegenwärtigen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.4 dargestellt. Teil a zeigt wieder die Geschwindigkeitsdifferenzen bei gleicher Zentralmasse, die bis zu etwa 600 km/sec reichen. Teil b zeigt die Differenzen nach bestmöglichem Fit. Dieser wird erreicht für eine Zentralmasse von $1.895 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$. Die Unterschiede liegen für $y = 0.025$ pc bei maximal etwa 40 km/sec. Für die $y = 0$ pc-Linie jedoch unterschreiten auch in diesem Beispiel die Differenzen das Auflösungsvermögen. Sie liegen maximal bei etwa 0.08 km/sec.

Nimmt man hier wiederum an, daß sich alle beobachtbaren Maserquellen genau auf der $y = 0$ pc-Linie befinden, so ist dieser Fall viel spektakulärer als der letzte, denn Kreisbahnen mit einer Zentralmasse von $M_c = 3.6 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ unterscheiden sich nicht von Rosettenbahnen mit $e = 0.9$ und $M_c = 1.895 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$.

Eine Bestimmung der Zentralmasse ist also bei Beobachtung von Quellen, die ausschließlich genau auf der $y = 0$ pc-Linie liegen, nicht möglich.

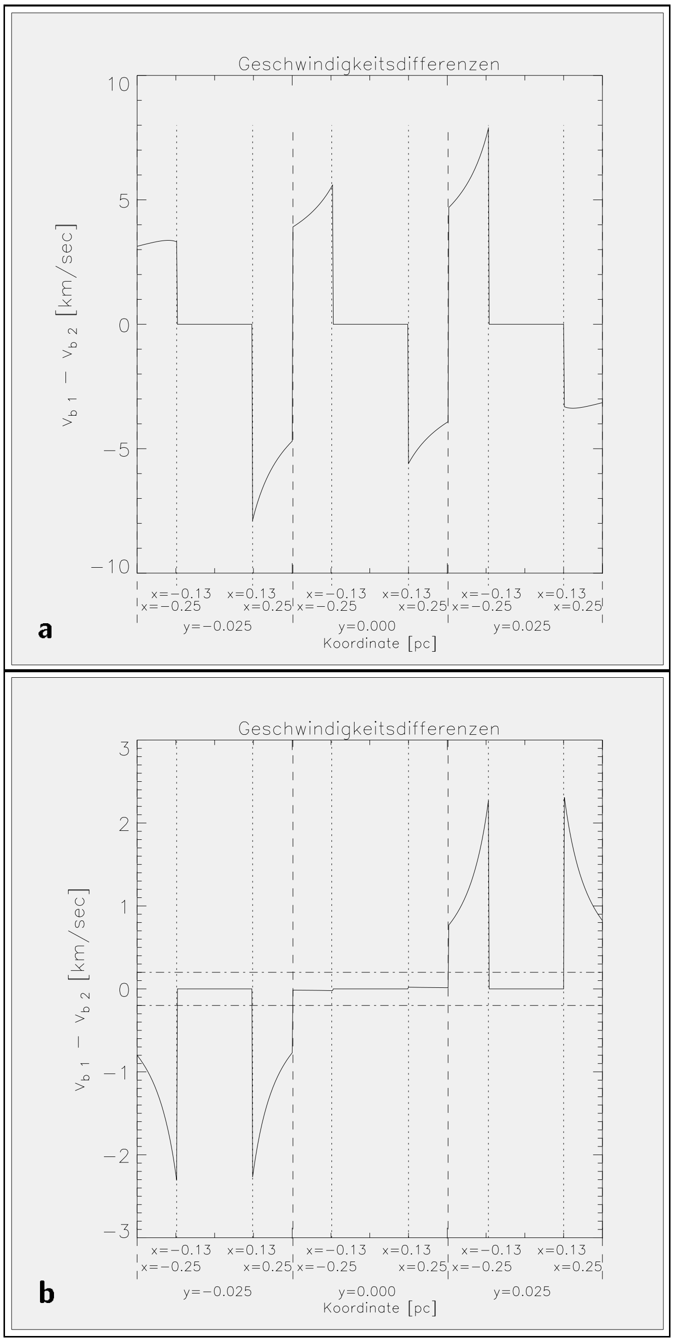

Abbildung 6.3: Teil a zeigt die Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen Modell $\mathcal{A}$ (Kreisbahnen in einer Ebene) und Modell $\mathcal{C}$ (Ellipsenbahnen in einer Ebene), bei denen der Ellipsenparameter $e = 0.1$ gewählt wurde, der maximale Radius ist um 10% größer, der minimal um 10% kleiner als der derzeitige. Ansonsten wurden konstante Parameter nach Tabelle 6.1 verwendet.
In Teil b wurde bei Modell $\mathcal{C}$ außerdem die Zentralmasse so angepaßt, daß der Geschwindigkeitsunterschied zur Kreisbahn minimal wurde. Es ergab sich eine Zentralmasse von $M_c = 3.6365 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$.
Für $y = 0$ pc geht dabei die Geschwindigkeitsdifferenz auf unter 0.02 km/sec zurück, liegt also weit unterhalb der erreichten Auflösung von 0.2 km/sec (durch gestrichelte Linie markiert).
Für $y = 0.025$ pc ist der Unterschied jedoch schon deutlich beobachtbar.

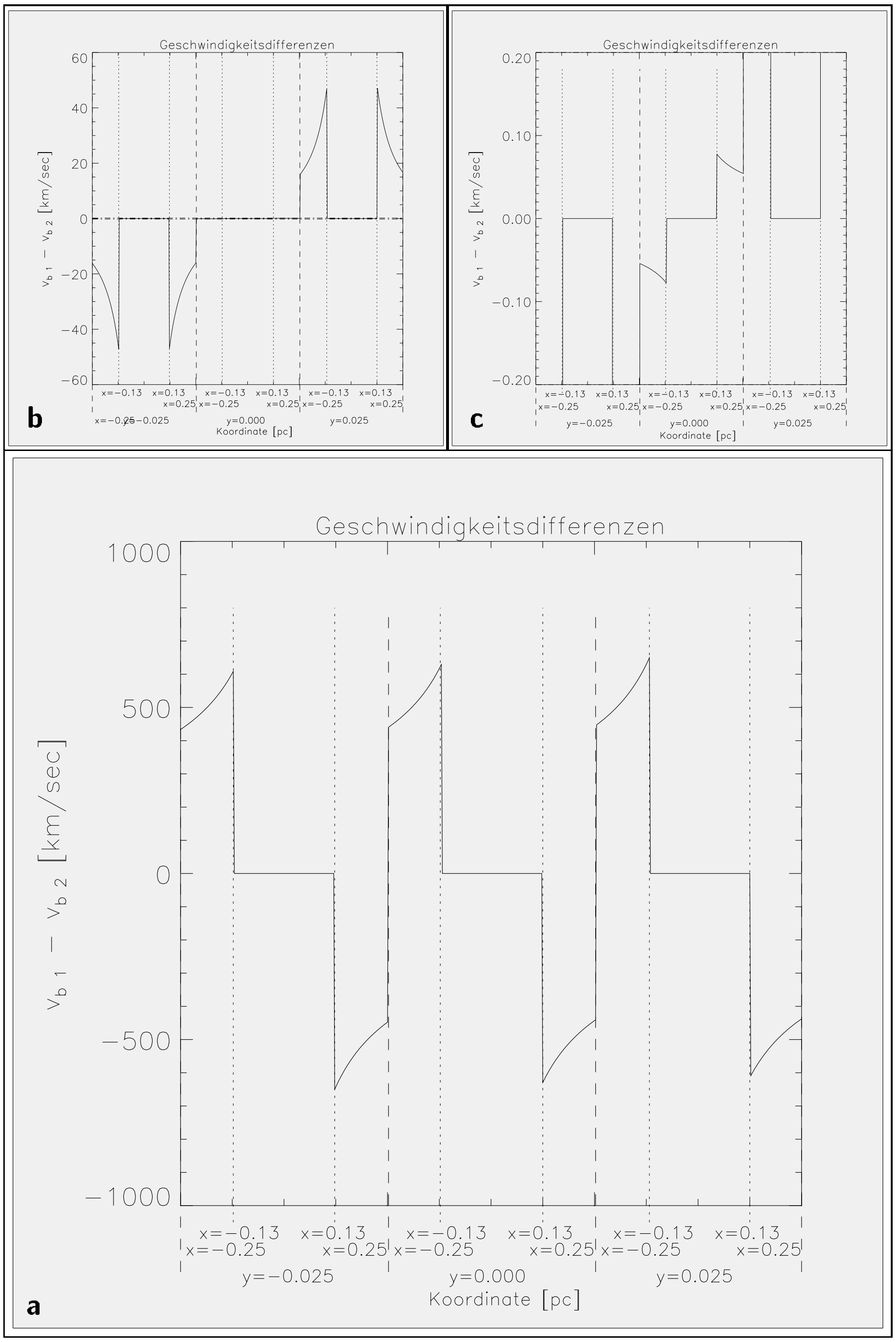

Abbildung 6.4: Wie Abbildung 6.3. Als Ellipsenparameter wurde $e = 0.9$ gewählt. Es ergibt sich für diesen Fall eine Zentralmasse von $M_c = 1.895 \cdot 10^8\,\mathrm{M}_\odot$, bei der die Rosettenbahnen am besten mit der Kreisbahn mit $M_c = 3.6 \cdot 10^7\,\mathrm{M}_\odot$ übereinstimmen.
Teil a zeigt die Geschwindigkeitsdifferenzen für die beiden Modelle mit den Grundparametern, Teil b die Differenzen mit der gefitteten Masse für die Rosettenbahnen und in Teil c ist die Darstellung aus Teil b für den Bereich gezeigt, der nicht mehr beobachtbar ist, also für Geschwindigkeitsdifferenzen, die kleiner als 0.2 km pc/sec sind. Auch hier sind die Differenzen für $y = 0$ pc nicht beobachtbar.

6.3 andere Möglichkeiten, um einen Beitrag in Höhe der Gravitationsrotverschiebung zu erreichen

Es soll nun untersucht werden, ob es noch andere Effekte gibt, die Störungen von der Keplerschen Bahn um Größenordnungen bewirken, wie sie durch die in [SK95] angegebenen Gravitationsrotverschiebung bewirkt werden.
Die Gravitationsrotverschiebung zeichnet sich dadurch aus, daß sie auf beiden Seiten des Zentrums eine Verschiebung in die gleiche Richtung bewirkt, so als ob sich auf beiden Seiten des Zentrums die Wolken fortbewegen. Durch Rotationsbewegungen jedoch entsteht auf einer Seite ein zur anderen entgegengesetzter Effekt. Dies ist z.B. in Abbildung 6.3, Teil a oder Abbildung 6.4, Teil a zu sehen, wo Unterschiede zwischen Kreisbahn und Rosettenbahn dargestellt sind. Die Differenzen haben jeweils auf einer Seite des Zentrums ein anderes Vorzeichen als auf der anderen, und damit ist dieser Effekt nicht mit der Gravitationsrotverschiebung zu verwechseln. In den Fällen, in denen außerdem die Zentralmasse gefittet wurde (Teile b der Abbildungen), sieht man jedoch, daß auf Linien, die etwas vor oder etwas hinter der $y = 0\,$pc-Linie liegen, die Vorzeichen der Verschiebung auf beiden Seiten gleich sind. Gleiches gilt für Akkretionsbahnen ohne weitere Veränderung, wie es in Abbildung 6.2 (Teil b) zu sehen ist. Jeweils ist die Verschiebung am inneren Rand etwa doppelt so groß wie am äußeren Rand, die Parameter lassen sich so bestimmen, daß Werte erreicht werden, die mit denen aufgrund der Gravitationsrotverschiebung (2 km/sec am äußeren und 4 km/sec am inneren Rand) übereinstimmen.

Liegen die Punkte also tatsächlich genau auf der $y = 0\,$pc-Linie, so bewirken die hier beschriebenen Effekte keinen Beitrag, der mit der Gravitationsrotverschiebung verwechselt werden kann, liegen sie jedoch auf einer etwas parallel versetzten Linie, so lassen sich solche Beiträge auch auf andere Weise erzeugen. Eine Bestimmung der Zentralmasse aufgrund der Gravitationsrotverschiebung ist dann nicht möglich.

Teil II

Hochauflösende Beobachtungen von Seyfert-Kernen

7. Einleitung

7.1 Der Einfluß der Atmosphäre auf astronomische Beobachtungen

Die Auflösung erdgebundener Teleskope ist aufgrund von Schwankungen des Brechungsindex auf etwa 1" begrenzt, was der beugungstheoretischen Auflösung eines etwa 10 cm - Teleskops entspricht. Die Schwankungen kommen durch Turbulenz zustande. Ein Luftfluß wird turbulent, wenn die Reynoldszahl $Re = V_0 L_0/\nu_0$ einen kritischen Wert übersteigt. Dabei beschreibt V_0 die Geschwindigkeit, L_0 die Ausdehnung und ν_0 die Viskosität. Bei typischen Werten wie $\nu_0 = 15 * 10^{-6}\,\mathrm{m^2\,s^{-1}}$, $V_0 = 1\,\mathrm{ms^{-1}}$ und $L_0 = 15\,\mathrm{m}$ ergibt sich $Re = 10^6$, was voll entwickelter Turbulenz entspricht. Wenn nun voll entwickelte Turbulenz eingetreten ist, so wird kinetische Energie von großen zu kleinen Längenskalen transportiert, die Reynoldszahl wird kleiner bis der Prozeß stoppt und die kinetische Energie aufgrund von viskoser Reibung in Wärme dissipiert. Im Bereich zwischen Vollkonvektion und Dissipation kann der Prozeß mit Hilfe der Kolmogorow - Regeln beschrieben werden ([Ko41]), dabei gilt $E(k) \propto k^{-\frac{5}{3}}$, wobei E die Energie und k die Wellenzahl ist. Dabei muß gelten : $L_0^{-1} \ll k \ll l_0^{-1}$, wobei L_0 die Länge angibt, bei der Vollkonvektion beginnt und l_0 diejenige, wo Dissipation beginnt. L_0 entspricht etwa der Dicke einzelner Luftschichten und beträgt etwa 100m; über dem Boden beträgt l_0 einige Millimeter und liegt in der Tropopause im Zentimeterbereich. Die Größe der Wellenfrontstörungen bei astronomischen Aufnahmen liegt zwischen einigen Millimetern und der Größe der Teleskopöffnung und damit in dem Bereich, der mit den Kolmogorow-Regeln beschrieben werden kann. Die Größe der Turbulenzzellen wird durch den sog. Fried-Parameter r_o beschrieben.

Der Brechungsindex ist eine Funktion der Temperatur und der Luftfeuchtigkeit und somit wegen der Turbulenz Fluktuationen unterworfen. Die Zeitskala, in der die Schichtung der Brechungsindizes konstant bleibt, ist wellenlängenabhängig und beträgt im Bereich von optischen Wellenlängen einige Millisekunden.

Die Quellen der Bildstörungen lassen sich in vier Bereiche einordnen, von denen der erste die Turbulenz am Teleskop und in der Kuppel ist, der zweite die bodennahe Turbulenz, der dritte die Turbulenz in der Troposphäre und der vierte die Turbulenz in der Tropopause und darüber. Turbulenz innerhalb der Kuppel läßt sich durch Vermeidung eines Temperaturgradienten innerhalb der Kuppel ausschließen, die übrigen können nicht vermieden werden. So kommt es dazu, daß eine Langzeitphotographie zufälligen Schwankungen der Luftschichten ausgesetzt ist, was dann zu der anfangs erwähnten Auflösungsbegrenzung führt (siehe [Ro81]).

7.2 Methoden, um hochaufgelöste Bilder zu erreichen

Möglichkeiten, um die durch die Atmosphäre hervorgerufene Auflösungsbegrenzung zu überwinden, sind zum einen interferometrische Methoden, zum anderen die adaptive Optik, bei der die Wellenfrontstörungen beispielsweise durch Verstellen der Spiegelsegmente rückgängig gemacht werden und schließlich Weltraummessungen, bei denen außerhalb der Atmosphäre beobachtet wird, wofür in der optischen Astronomie das Hubble-Space-Teleskop ein Beispiel ist. Im Gegensatz zur normalen Langzeit-Astrophotographie, wo die Auflösung auf etwa 1" begrenzt ist, können mit diesen Methoden beugungstheoretisch scharfe Bilder erzeugt werden. Beispielsweise beträgt die beugungstheoretische Winkelauflösung bei Verwendung eines 4m-

Teleskops und einer Wellenlänge von 400nm $0\overset{''}{.}02$; Das Hubble-Space-Teleskop erreicht eine Auflösung von $0\overset{''}{.}05$.
In dieser Arbeit wurden Speckle-Interferometrie und Speckle-Masking-Methode, die zu den interferometrischen Methoden gehören, näher betrachtet und angewendet.

7.2.1 Interferometrische Methoden

Im optischen Bereich konnte erstmals durch die Arbeiten von Fizeau und Michelson ([Fi1868], [Fi1873], [Mi1890]) die Auflösungsbegrenzung der Atmosphäre durch Stern-Interferometer überwunden und Sterndurchmesser bestimmt werden (Auflösung $\ll$ 1"). Seit Erfindung der Closure-Phase-Methode durch Jennison ([Je58]) können mit Radiointerferometern Bilder rekonstruiert werden, deren Auflösung einem Einzel-Radio-Teleskop mit dem Erddurchmesser als Durchmesser entspricht. 1956 hatten Hanbury, Brown und Twiss die Technik beschrieben ([BT56]).

1962 hat Texereau beschrieben, daß in der optischen Astronomie Sterne ein Speckle-Muster (s.u.) erzeugen ([Te63]), und 1970 hat Labeyrie die Speckle-Interferometrie (s.u.) begründet, bei der die Autokorrelation jeder von etwa 1000 - 10000 Kurzzeitaufnahmen gemittelt und so die beugungstheoretisch scharfe Autokorrelationen der Objekte erhalten wird ([La70]). Das Verfahren liefert jedoch keine echten Bilder und so wurden weitere Verfahren wie Speckle-Holographie, Knox-Thompson-Methode ([KT74]), Phase-Closure-Methode ([Je58]) und Speckle-Masking-Methode
([We77], [WW83], [LWW83], [HW86]) entwickelt, die beugungstheoretisch scharfe echte Bilder liefern. Diese verschiedenen Ansätze werden im folgenden vorgestellt.

Speckle-Interferogramme

Mit dem Wort *Speckle* wurde ursprünglich die körnige Struktur bezeichnet, die entsteht, wenn ein Laserstrahl von einer diffusen Oberfläche reflektiert wird und es aufgrund der zufälligen räumlichen Phasen-Fluktuationen zu statistisch verteilten Interferenz-Maxima kommt. Bei dem Bild eines Punktobjektes mit einem großen Teleskop tritt nun auch diese Struktur wegen der Phasen-Fluktuationen in der Wellenfront, die wie unter Abschnitt 7.1 beschrieben zustande kommt, auf. Dabei muß natürlich die Belichtungszeit kleiner als die Zeitskala der Fluktuationen in der Atmosphäre sein. Mit anderen Worten, das Speckle-Interferogramm besitzt eine Lebensdauer, in der es stabil bleibt, und wenn die Belichtungszeit größer gewählt wird, so verwischt es. Die minimale Körnchengröße eines auf diese Weise erhaltenen Speckle-Interferogramms ist gleich der Größe des Airy-Scheibchens, das man erhält, wenn man mit dem Teleskop ein Bild in Abwesenheit von Seeing und Aberrationen aufnähme. Es steckt also in diesem Speckle-Interferogramm die Information, die einer beugungstheoretischen Auflösung entspricht. Beobachtet man nun keinen Einzelstern sondern ein Sternsystem oder ein ausgedehntes Objekt, so muß man außerdem beachten, daß die Atmosphäre die Lichtstrahlen jedes Objektpunktes in gleicher Weise beeinflußen muß. Der Bereich, in dem dies gültig ist, heißt isoplanatischer Bereich und ist so groß, daß dies bei den meisten Objekten erfüllt ist (bei 500nm beträgt er 1.8"); z.B. bei Sonnenbeobachtungen ist dies jedoch nicht mehr erfüllt.
Im einfachsten Fall der Beobachtung eines Doppelsterns erhält man ein Speckle-Interferogramm, das sich aus zwei identischen Speckle-Interferogrammen je eines Einzelsterns zusammensetzt, die entsprechend der Separation voneinander verschoben sind. Abbildung 7.1 zeigt in Teil a ein Beispiel eines Interferogramms eines Doppelsterns. Es handelt sich um $\varphi\, Cyg$, der im Septem-

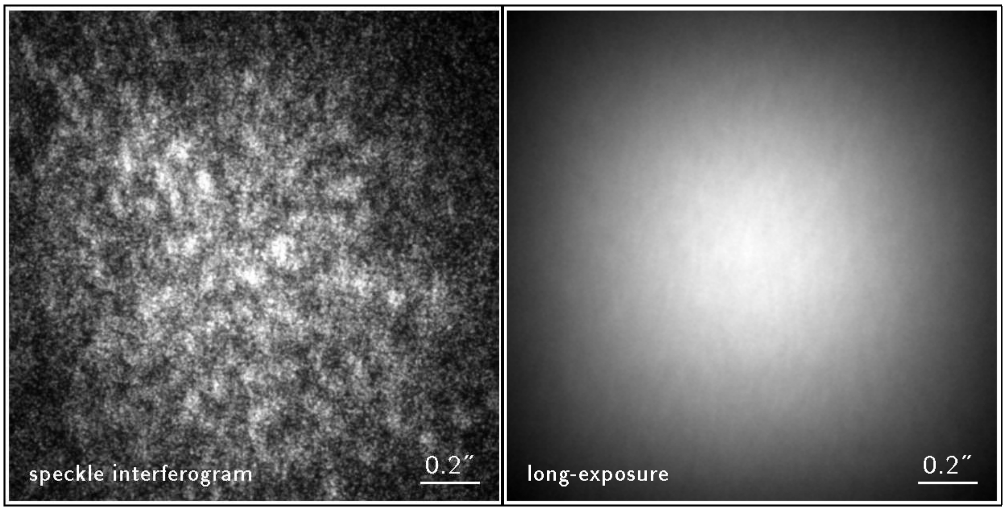

Abbildung 7.1: Speckle-Interferogramm (links) und Langzeitbild (rechts) des Doppelsterns $\varphi\, Cyg$ (675nm)

ber 1994 am 6-m-Teleskop im Kaukasus in der Hα-Linie aufgenommen wurde. Die Separation beträgt 25 mas. Die einzelnen Speckles sind nicht größer als es der theoretischen Auflösung des 6-m-Teleskops bei dieser Wellenlänge entspricht, welche 28mas beträgt. Teil b zeigt das zentrierte Langzeitbild von $\varphi\, Cyg$ (dabei wurden die einzelnen Speckle-Interferogramme schwerpunktzentriert aufaddiert).

Abbildungsgleichung

Will man nun Bilder aus den Speckle-Interferogrammen gewinnen, geht es zunächst darum, eine Beziehung zwischen dem Bild in der Objektebene und dem in der Bildebene herzustellen. Die Amplitude der elektrischen bzw. magnetischen Feldstärke in der Objektebene sei U_o und diejenige in der Bildebene sei U_i. Die Feldstärke an einem Punkt der Bildebene ist dann die Superposition der Feldstärken, die sich aus den Objekt-Punktquellen ergeben, wenn man sich das Objekt aus Punktquellen zusammengesetzt vorstellt. Damit gilt für die Feldstärkenamplitude U_i am Ort x_i und zur Zeit t im allgemeinen Fall

$$U_i(x_i, t) = \int h(x_i, x_o) U_o(x_o) dx_o, \tag{7.1}$$

wobei x_o der Ort in der Objektebene ist und $h(x_i, x_o)$ die Gewichtungsfunktion, die die Feldstärken-Amplitude am Ort x_i in der Bildebene beschreibt, die sich aus der Punktquelle am Ort x_o der Objektebene ergibt. Im allgemeinen ist h eine beliebige Funktion von x_i und x_o, doch bei Annahme von Isoplanasie wird aus Gleichung 7.1 eine Faltungsoperation und es gilt:

$$U_i(x_i, t) = \int h(x_i - x_o) U_o(x_o) dx_o \tag{7.2}$$

Die Bildintensität $I_i(x_i)$ ist dann das zeitlich gemittelte Betragsquadrat von U_i:

$$I_i(x_i) \quad = \quad < U_i(x_i, t)\, U_i(x_i, t)^* > \tag{7.3}$$

$$= \int dx_o \int d\tilde{x}_o h(x_i - x_o) h^*(x_i - x_o) < U_o(x_o, t) U_o^*(\tilde{x}_o, t) > \qquad (7.4)$$

(allgemeine Abbildungsgleichung)
Die nächste Annahme ist, daß sich der zeitabhängige Phasor[1] statistisch über dem Objekt ändert, d.b. $< U_o(x_o, t)\, U_o(\tilde{x}_o, t)^* >= \kappa I_o \delta(x_o - \tilde{x}_o)$, und man erhält mit Gleichung 7.4 :

$$\boxed{I_i(x_i) = \kappa \underbrace{|h(x_i)|^2}_{\text{Intensität!}} \otimes \underbrace{I_o(x_i)}_{\text{ideales Bild}}} \qquad (7.5)$$

Hierbei ist $\otimes$ der Faltungsoperator. Man sieht, daß $|h(x_i)|^2$ wie in Gleichung 7.3 eine Intensität ist und zwar das Punktbild der Abbildung, und $I_o(x_i)$ ist das ideale Bild.
Zusammenfassend kann man also für jedes der n Interferogramme schreiben :

$$i_n(x) = o_n(x) \otimes p_n(x)$$

wobei $i_n(x)$ das n'te Interferogramm, x ein zweidimensionaler Ortsvektor, $o(x)$ das ideale Bild und $p(x)$ das Punktbild der Abbildung ist. Einfacher läßt sich schreiben:

$$\boxed{i(x) = o(x) \otimes p(x)} \qquad (7.6)$$

Speckle-Interferometrie

Jedes Interferogramm laßt sich nach Gleichung 7.6 schreiben als

$$i(x) = o(x) \otimes p(x) = \int o(x') p(x - x') dx'$$

Im Fourierraum gilt

$$I(u) = O(u) P(u), \qquad (7.7)$$

wenn $I(u)$ die Fouriertransformierte von $i(x)$, $O(u)$ die von $o(x)$ und $P(u)$ die von $p(x)$ ist.
In der Speckle-Interferometrie wird zunächst das mittlere Powerspektrum $< |I(u)|^2 >$, gebildet, wobei $< ... >$ die Mittelung über alle Speckle-Interferogramme bedeutet. Dieses Powerspektrum ist die Fouriertransformierte der mittleren Autokorrelation

$$< \int i(x') i(x' + x) dx' > \qquad (7.8)$$

Für das mittlere Powerspektrum gilt nun

$$< |I(u)|^2 >= |O(u)|^2 \underbrace{< |P(u)|^2 >}_{SIÜF}, \qquad (7.9)$$

wobei das zeitlich konstante Objekt-Powerspektrum $|O(u)|^2$ aus der Mittelung herausfällt. $< |P(u)|^2 >$ beschreibt den Einfluß der Atmosphäre und wird Speckle-Interferometrie-Übertragungs-Funktion (SIÜF) genannt. Da die SIÜF bis zur Teleskop-Beugungsgrenze größer Null ist, kann $|O(u)|^2$ bis zu dieser erhalten werden:

$$|O(u)|^2 = \frac{< |I(u)|^2 >}{< |P(u)|^2 >} \qquad (7.10)$$

[1] wird die Feldstärke $u(x,t)$ beschrieben durch $u(x,t) = Real[U(x,t) * e^{-2\pi i \nu t}]$, so wird $U(x,t)$ als Phasor bezeichnet.

$|O(u)|^2$ ist aber gerade die Fouriertransformierte der beugungsbegrenzt scharfen Objektautokorrelation ϕ mit

$$\phi(x) = \int o(x')o(x'+x)dx' \tag{7.11}$$

Die Speckle-Interferometrie liefert also die beugungstheoretisch scharfe Autokorrelation des Objekts, jedoch keine echten Bilder, da im Fourierraum nur der Betrag $|O(u)|$ aber nicht die Phase berechnet werden kann.

Holographische Speckle-Interferometrie

Bei günstigen Objekten, d.h. Objekte, die aus dem eigentlich interessierenden Objekt zuzüglich einem Referenzstern, der deutlich vom Objekt getrennt ist jedoch noch im isoplanatischen Bereich liegt, bestehen, taucht in der Autokorrelation des Objekts auch als Teil das echte Bild auf:

$$o(x) = \underbrace{o'(x)}_{\text{interessierendes Objekt}} + \underbrace{\delta(x+x_R)}_{\text{Referenzstern}}$$

Dann liefert die Autokorrelation:

$$\begin{aligned} AC[o(x)] &= \int o(x')o(x'+x)dx' \\ &= \int [o'(x') + \delta(x'+x_R)][o'(x'+x) + \delta(x'+x_R+x)]dx' \\ &= AC[o'(x)] + \delta(x) + o'(-x-x_R) + \underbrace{o'(x-x_R)}_{\text{echtes Bild !}} \end{aligned}$$

Das Verfahren kann allerdings nicht in vielen Fällen angewendet werden, da solche Objekte mit geeignetem Referenzstern selten vorkommen (siehe dazu [WB85]).

Knox-Thompson-Methode

Ein Verfahren, das Betrag und Phase der Objekt-Fouriertransformierten liefert, ist die Knox-Thompson-Methode ([KT74]). Zunächst wird auch von den Gleichungen 7.6 und 7.7 ausgegangen, dann jedoch nicht wie bei der Speckle-Interferometrie das mittlere Powerspektrum berechnet, sondern das KT-Spektrum

$$< I(u)I^*(u+\Delta u) >= O(u)O^*(u+\Delta u) < P(u)P^*(u+\Delta u) > \tag{7.12}$$

Einsetzen von Gleichung 7.7 und $O(u) = |O(u)|e^{i\varphi(u)}$ liefert eine Rekursionsformel für die gesuchte Phase der Objekt-Fouriertransformierten :

$$\varphi(u+\Delta u) = \varphi(u) + \Delta\varphi(u) \tag{7.13}$$

Dabei bedeutet $\Delta\varphi(u) \equiv \varphi(u+\Delta u) - \varphi(u)$ die aus dem mittleren KT-Spektrum abgeleitete Objekt-FT-Phasendifferenz. Mit dieser Methode können also Bilder rekonstruiert werden. Allerdings können nur kleine Phasendifferenzen benutzt werden, da $|\Delta u| < r_o/\lambda$ gelten muß. r_o ist der Fried-Parameter (siehe Abschnitt 7.1).

Speckle-Masking

In dieser Arbeit wird die Speckle-Masking-Methode ([We77],[WW83],[LWW83], [HW86]) näher betrachtet und auf Seyfert-Galaxien angewandt. Eine genauere Beschreibung folgt in Kapitel 8, hier werden nur die grundlegenden Schritte erklärt. Ausgangspunkt sind wieder die Gleichungen 7.6 und 7.7. Nun wird jedoch nicht das mittlere Powerspektrum berechnet, sondern das vierdimensionale mittlere Bispektrum $< B(u,v) >$, das die Fouriertransformierte der mittleren Tripelkorrelation $< T(x,y) >$ ist, wobei x und y je zweidimensionale Ortsvektoren sind. Es gilt

$$< T(x,y) > = < \int i(x')i(x'+x)i(x'+y)dx' > \tag{7.14}$$

und

$$< B(u,v) > = < I(u)I(v)I^*(u+v) > . \tag{7.15}$$

Einsetzen von Gleichung 7.7 unter Berücksichtigung, daß O(u) über alle Interferogramme konstant ist, liefert :

$$< B(u,v) > = O(u)O(v)O^*(u+v) \underbrace{< P(u)P(v)P^*(u+v) >}_{\text{SMÜF}} \tag{7.16}$$

$< P(u)P(v)P^*(u+v) >$ wird analog zu Gleichung 7.9 Speckle-Masking-Übertragungs-Funktion (SMÜF) genannt. Da auch die SMÜF > 0 bis zur Beugungsgrenze ist, erhält man durch Dividieren des mittleren Bispektrums durch die SMÜF das Objekt-Bispektrum

$$B_o(u,v) = O(u)O(v)O^*(u+v) \tag{7.17}$$

bis zur Teleskopbeugungsgrenze. Wenn man also für die Frequenzen u und v $O(u)$ bzw. $O(v)$ schon kennt, kann man durch

$$\frac{B_o(u,v)}{O(u)O(v)} = O^*(u+v) \tag{7.18}$$

die Fouriertransformierte des Objektbildes zu höheren Frequenzen vollständig, d.h. mit Betrag und Phase, berechnen. Tatsächlich wird allerdings durch Einsetzen von $O(u) = |O(u)|e^{i\varphi(u)}$ und $B_o(u,v) = |B_o(u,v)|e^{i\beta(u,v)}$ in Gleichung 7.17 eine Rekursionsformel für die Phase bestimmt:

$$\varphi(u,v) = \varphi(u) + \varphi(v) - \beta(u,v). \tag{7.19}$$

Das Bild $o(x)$ wird dann mit Hilfe des Betrages seiner Fouriertransformierten aus dem Speckle-Interferometrie-Powerspektrum (Gleichung 7.10) und der hier erhaltenen Phase rekonstruiert. Als Startwerte werden dabei für kleine Frequenzen die Phasen aus dem Langzeitbild genommen und ab einer Startfrequenz ($\lesssim r_0/\lambda$) die Phasen zu höheren Frequenzen mit Hilfe von Gleichung 7.19 berechnet.
Abbildung 7.2 zeigt das mit diesem Verfahren rekonstruierte Bild des schon unter Abschnitt 7.2.1vorgestellten Doppelsterns $\varphi\, Cyg$. Der Doppelstern hat eine Separation von nur 25 mas und ist in der Rekonstruktion deutlich aufgelöst. Mit normaler Langzeitphotographie kann man nur eine Winkelauflösung von etwa 1" erreichen (siehe Abbildung 7.1).

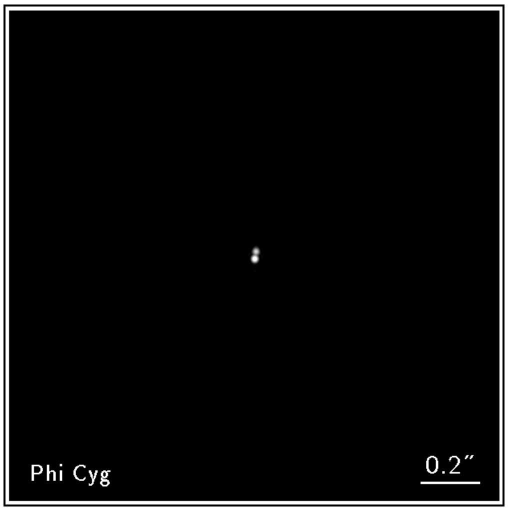

Abbildung 7.2: Speckle-Masking-Rekonstruktion des Doppelsterns $\varphi\ Cyg$ (675nm)

Die optische Phase-Closure-Methode

Die Phase-Closure-Methode ist von der theoretischen Seite her der Speckle-Masking-Methode ähnlich. Auch hier wird eine rekursive Phasenbeziehung aufgestellt. Praktisch geschieht dies jedoch dadurch, daß entweder die Teleskop-Pupille mit einer Maske abgedeckt wird, die nur durch drei beliebig angeordnete "r_0-Löcher" (Durchmesser $< r_0$) Stern-Licht auf den Spiegel fallen läßt, oder daß das Stern-Licht von drei "r_0-Teleskopen" aufgefangen wird (optisches Interferometer). Das Licht aus je zwei der drei "r_0-Löcher/Teleskope" wird zur Interferenz gebracht und bildet ein Michelson-Interferogramm. Die drei zu den verschiedenen r_0-Loch/Teleskop-Paaren gehörenden Michelson-Interferogramme werden gleichzeitig und mit kurzer Belichtungszeit (kürzer als die Fluktuationszeit der Atmosphäre) aufgenommen. Jedes Michelson-Interferogramm mißt dabei das Objekt-FT-Spektrum an der spatialen Frequenz u_{ij}/λ, wobei u_{ij} dem Abstandsvektor des erzeugenden r_0-Loch/Telekop - Paares (i,j) entspricht. Die Phase des gemessenen Objekt-FT-Spektrum ist aber durch die Fluktuationen der Atmosphäre um den unbekannten Phasenwert $(\varphi_i - \varphi_j)$ verschoben, wobei φ_i und φ_j die aktuelle atmosphärische Phasenverschiebung der ankommenden Lichtwelle am r_0-Loch/Teleskop i bzw. j sind. Die aus dem Michelson-Interferogramm zu dem Lochpaar (i,j) abgeleitete Phase ϕ_{ij} beträgt:

$$\phi_{ij} = \phi_{ij}^{obj} + (\varphi_i - \varphi_j)$$

Mit Hilfe fogender Phasensumme (Closure-Phase-Methode) können alle Phasenfehler eliminiert werden:

$$\begin{aligned}
\phi_{1,2,3} &:= \phi_{1,2} + \phi_{2,3} - \phi_{1,3} \\
&= \phi_{1,2}^{obj} + (\varphi_1 - \varphi_2) + \phi_{2,3}^{obj} + (\varphi_2 - \varphi_3) - \phi_{1,3}^{obj} - (\varphi_1 - \varphi_3) \\
&= \phi_{1,2}^{obj} + \phi_{2,3}^{obj} - \phi_{1,3}^{obj}
\end{aligned}$$

Aus diesen Objekt-FT-Phasensummen kann die Objekt-FT-Phase (und damit die Objekt-FT-Spektren) mit Hilfe verschiedener r_0-Loch/Teleskop - Anordnungen bis zu beliebig hohen

λ	$0.5\mu m$	$2.2\mu m$	$5.0\mu m$	$10\mu m$
r_0	$10cm$	$60cm$	$160cm$	$360cm$
Θ	$1.8''$	$10''$	$30''$	$70''$
τ	$6ms$	$35ms$	$95ms$	$220ms$
N	6400	180	12	4
m_{lim}	7	13	15.5	17
C_P	0%	0.1%	30%	100%
C_E	0%	0.3%	100%	100%

Tabelle 7.1: Komplexheit adaptiver Systeme bei kleineren Wellenlängen

spatialen Frequenzen gewonnen werden, woraus sich ein entsprechend hochaufgelöstes Bild berechnen läßt.

Bei der Speckle-Masking-Methode entsprechen den u_{ij} die Endpunkte der u, v und $u + v$ -Vektoren (siehe Gleichung 7.19). Die Methode ist in [Je58] beschrieben.

7.2.2 Adaptive Optik

Ein ganz anderer Weg, um das Problem der atmosphärischen Störungen zu bewältigen, ist die adaptive Optik, die darauf zielt, die scharfen Bilder in Echtzeit direkt am Teleskop zu erhalten. Dazu werden deformierbare Spiegel verwendet, die so verstellt werden, daß sich die durch die Atmosphäre hervorgerufenen und die durch die Spiegelsegmente erzeugten Wellenfrontverkippungen gegenseitig aufheben. Ein adaptives System besteht also wenigstens aus drei Komponenten, dem verstellbaren Spiegel, dem Wellenfrontsensor, der die Verkippung der ankommenden Wellenfront mißt und einer Regelung, die in Echtzeit die für die Verkippung der Spiegel benötigten Stellwege aus den Daten des Wellenfrontsensors berechnet. Alle drei Komponenten werden mit kleineren Wellenlängen sehr komplex. Im oberen Teil der Tabelle 7.2.2 ist zu den Wellenlängen $0.5\mu m,\ 2.2\mu m,\ 5.0\mu m$ und $10\mu m$ jeweils der Fried-Parameter r_0, der die Größe der Turbulenzzellen angibt, der Isoplanatische Winkel Θ, die atmosphärische Korrelationszeit τ und die Zahl der benötigten Unteraperturen N bei einem 8-m-Teleskop angegeben (nach [Me91]). Im fernen Infrarot bei $10\mu m$ werden z.B. nur vier Unteraperturen benötigt, die einmal in 220ms verstellt werden müssen, im optischen hingegen müssen 6400 Unteraperturen alle 6ms verstellt werden, was sehr hohe Ansprüche an den Spiegel, an den Wellenfrontsensor und an den Rechner stellt.
Der Wellenfrontsensor kann z.B. ein Shack-Hartmann-Sensor sein, in dem die Wellenfront in kleinen Bereichen durch jeweils eine Linse abgebildet wird und wo die Abweichung der Lage der Bilder der Teilbereiche vom jeweiligen Schwerpunkt ein Maß für die lokale Verkippung der Wellenfront ist. Der Sensor ist z.B. in [Be92] und in [Sc93] näher beschrieben. Ein weiteres Problem in der adaptiven Optik bei visuellen Wellenlängen ist im unteren Teil der Tabelle 7.2.2 dargestellt. Der Shack-Hartmann-Sensor braucht natürlich, wenn die Größe der Unterbilder bei kleinen Wellenlängen kleiner wird, insgesamt mehr Licht, also eine höhere Grenzhelligkeit des zu beobachtenden Objekts. Bei schwachen Objekten wie Galaxien kann auch ein Referenzstern mit entsprechender Helligkeit zur Wellenfrontmessung gewählt werden, wenn er im isoplanatischen Bereich liegt. Diese Grenzhelligkeit ist in der sechsten Zeile der Tabelle aufgelistet. Im visuellen wird diese Grenzhelligkeit sehr hoch, man benötigt einen Referenzstern 7. mag;

gleichzeitig ist aber auch der isoplanatische Winkel im visuellen sehr klein, was dazu führt, daß es annähernd kein Objekt mit einem geeigneten Referenzstern im gesamten Himmelsgebiet gibt. Hingegen bei $10\mu m$, wo die Grenzhelligkeit 17. mag ist und auch der isoplanatische Winkel etwa 40 mal größer ist als im visuellen, ist zu jedem Objekt ein geeigneter Referenzstern zu finden. Die siebte und achte Zeile in der Tabelle geben die prozentuale Abdeckung C des Himmels mit Referenzsternen in Abhängigkeit des Himmelsgebietes an, P steht hier für den Himmelspol und E für den Himmelsäquator.

Laser-Guide-Star

Als Lösung dieses Problems wurde 1985 von R.Foy und A.Labeyrie ([FL85]) vorgeschlagen, einen Laserstrahl zu benutzen, der in den oberen Luftschichten reflektiert wird und so einen künstlichen Stern erzeugt. Eine Möglichkeit ist die Rayleigh-Streuung des Laserlichts an Luftmolekülen in 10 bis 40 km Höhe. Außerdem ist es möglich, die Natrium-D-Linie der Natrium-Moleküle, die sich in einer Schicht der Mesosphäre in 90km Höhe befinden, anzuregen. Die angeregten Moleküle zerfallen, und einige der durch spontane Emission ausgesandten Photonen sind als künstlicher Stern von der Erde sichtbar. Da das zurückkehrende Licht einen großen Teil der Atmosphäre durchläuft, kann solch ein Stern gut zur Wellenfrontmessung verwendet werden ([Be92]). Das größte Problem bei dieser Methode besteht darin, daß die erste Ordnung, nämlich die gesamte Verkippung der Wellenfront, mit Hilfe des Laser-Guide-Star nicht gemessen werden kann, da diese sich auf dem Hin- und Rückweg des Laserlichts gegenseitig aufhebt. Diese Ordnung der Störungen bewirkt die "Image Motion" im Bild. Dieses Problem wird als *tilt-determinition-problem* bezeichnet (siehe z.B. [RG92]) . Als Lösung wurde 1992 von Rigaut & Gendron das sog. duale adaptive System vorgeschlagen, wo ein Laser-Guide-Star sowohl auf das Objekt als auch auf einen natürlichen Referenzstern angewendet wird. Danach sind die höheren Ordnungen sowohl im Objekt als auch im natürlichen Referenzstern kompensiert und der natürliche Stern kann anschließend zur Messung der totalen Verkippung benutzt werden. Da es jetzt nur noch um die erste Ordnung der Störung geht, kann hierfür auch ein Stern genommen werden, der nicht mehr im oben erklärten isoplanatischen Bereich liegt ([RG92]). Ein anderer Vorschlag wurde von Frey 1992 gemacht, indem er Laborexperimente mit polychromatischen Guide-Stars machte, mit deren Hilfe auch die totale Verkippung direkt gemessen werden kann ([Fo92]). Tatsächliche Messungen mit Hilfe eines Laser-Guide-Stars wurden im wesentlichen von Primmermann et al. ([Pr91]), der Untersuchungen an einem Einzelstern machte und von Fugate et al. ([Fu91]), der Doppelsterne bis etwa $0\farcs2$ auflöste, gemacht.

8. Speckle-Masking-Verarbeitung

8.1 Aufnahme der Daten

8.1.1 Beschreibung der Kamera

Die Speckle-Interferogramme (siehe Abschnitt 7.2.1) werden mit der in Abbildung 8.1 gezeigten Kamera aufgenommen (nach [We91]). Das Bild wird zunächst durch ein Mikroskop-Objektiv vergrößert, damit die einzelnen Speckles so groß sind, daß sie genügend viele Pixel auf dem CCD-Chip ansprechen. Nach dem Sampling-Theorem muß jedes Speckle auf mindestens 2×2 Pixel abgebildet werden. Anschließend wird mit Hilfe eines Prismas die atmosphärische Dispersion kompensiert. Es folgt ein Filter für eine bestimmte Wellenlänge. Da das Signal zu schwach ist, um direkt mit dem CCD-Chip detektiert werden zu können, wird es mittels eines Bildverstärkers verstärkt. Das Bild erscheint auf dem Phosphorschirm des Bildverstärkers und wird durch eine Ankopplungsoptik auf den CCD-Chip abgebildet.

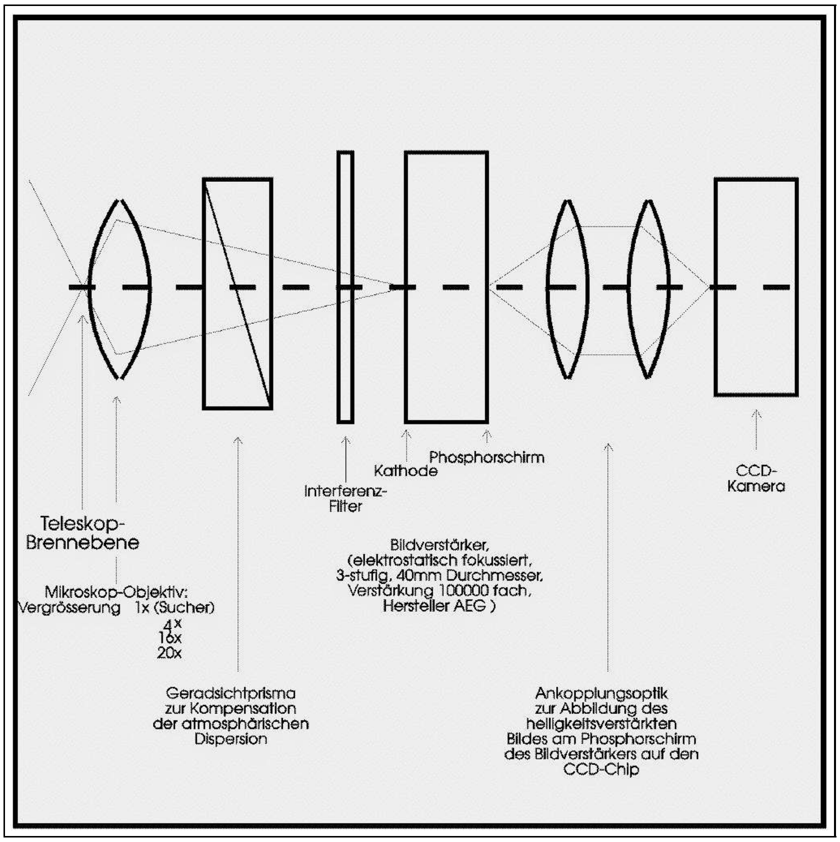

Abbildung 8.1: Aufbau der Speckle-Kamera nach [We91]

8.1.2 Kompensation des Dunkelstroms und des Flatfields

Bei der Bildaufnahme treten an verschiedenen Stellen Dunkelströme und Fehler auf, die kompensiert werden müssen. Zum einen liefert der CCD-Chip ein ständiges Dunkelstrom-Rauschen, zum anderen klingt das Bild auf dem Phosphorschirm langsamer ab als die Bildaufnahmefrequenz, die so groß gewählt wird, daß in akzeptabler Zeit genügend viele Speckle-Interferogramme aufgenommen werden können. Der Bildverstärker hat die Eigenschaft, daß ankommende Photonen auf dem Phosphorschirm nicht als Punkte abgebildet werden, sondern als ausgedehnte Verteilungen, die auch in ihrer Form vom Ort abhängig sind. Und schließlich ist die Ankopplungsoptik mit einer Vignettierung behaftet, d.h. bei gleichmäßiger Ausleuchtung des Bildfeldes ist das Bild, das der CCD-Chip liefert, nicht flach, sondern die Empfindlichkeit nimmt nach außen ab.

CCD - Dunkelstrom

Zur Kompensation des Rauschens der CCD - Kamera wird nach 10 Speckle-Bildern ein CCD-Dunkelstrombild, das die Intensitätsverteilung des unbelichteten CCD-Chips angibt, aufgenommen. Aus diesen Bildern wird ein mittleres Dunkelstrombild berechnet und von jedem Objekt-Bild abgezogen. Der CCD-Dunkelstrom erzeugt keinen großen Fehler, da er gleichmäßig und objektunabhängig ist. Abbildung 8.2 zeigt ein solches CCD - Dunkelstrom - Bild.

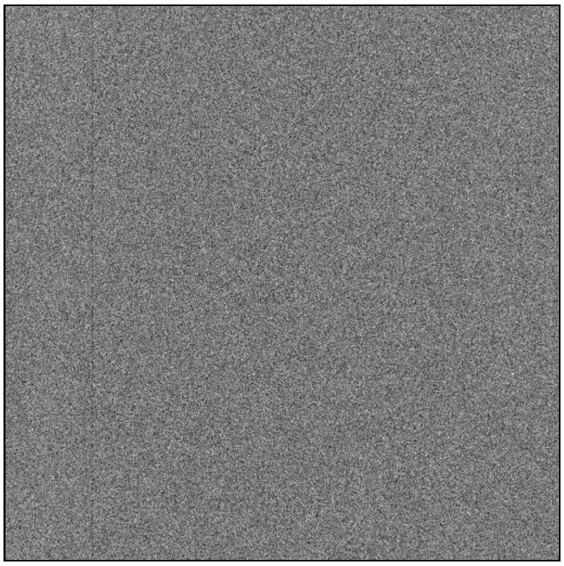

Abbildung 8.2: CCD-Dunkelstrom Bild

Bildverstärker-Eigenschaften

Größere Probleme machen die Eigenschaften des Bildverstärkers. Die Aufnahmefrequenz liegt bei 4 Bildern pro Sekunde, in dieser Zeit sind jedoch vor allem bei hellen Objekten die jeweils vorhergehenden Bilder noch nicht vollständig auf dem Phosphorschirm abgeklungen. Somit

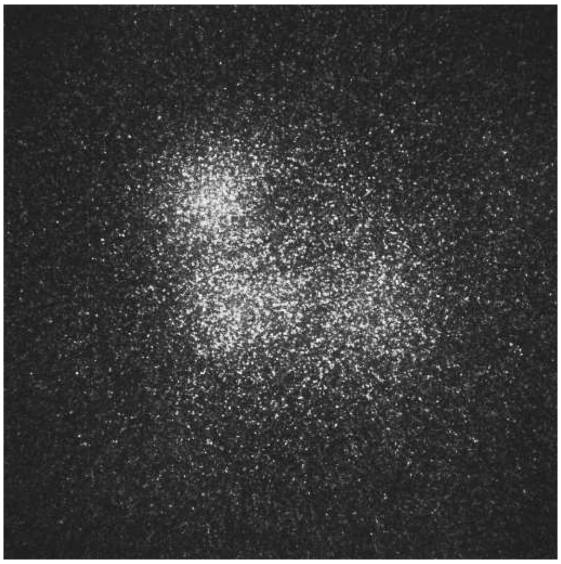

Abbildung 8.3: mittleres Bildverstärker-Nachleuchtbild, das bei der Aufnahme des Sternhaufens R64 entstanden ist.

liegt unter jedem Interferogramm noch ein Untergrund, der sich aus den vorangegangenen zusammensetzt. Aus diesem Grunde wird auch nach 10 Bilder ein Bildverstärker-Dunkelstrombild aufgenommen, bei dem ein Shutter den Bildverstärker abdunkelt. Dieses Bild zeigt das Nachleuchten der vorangegangenen und kann zur Kompensation des Nachleuchtens benutzt werden. Dazu werden Langzeitbilder, Powerspektren und Bispektren sowohl von den Objekt-Bildern als auch von den Bildverstärker-Dunkelstrom-Bildern (BVS-Dark) berechnet. Abbildung 8.3 zeigt solch ein Langzeitbild des Nachleuchtens, wie es bei der Aufnahme der Daten zu dem in Anhang A behandelten Sternhaufens R64 entstanden ist. Es sind deutlich die Objektstrukturen zu erkennen (man vergleiche mit dem Objekt-Langzeitbild in Abbildung A.1) . Wie die Kompensation dann im einzelnen durchgeführt wird, wird an entsprechender Stelle gezeigt.

Eigenschaften der Ankopplungsoptik

Ein großes Problem bereitet die Eigenschaft der Ankopplungsoptik, Photonen nicht als Punkte sondern als gaußförmige Verteilungen abzubilden, die in ihrer Form auch vom Ort abhängig sind. Abbildung 8.4 zeigt ein typisches Photon in der Mitte (a) und eines vom oberen Rand (b); man sieht, daß Photonen in der Mitte eher rund, Photonen am Rand eher länglich sind. Dies verkompliziert einen Untergrund im Power- und Bi - Spektrum, den sog. Photonen-Bias. Das Zustandekommen und die Kompensation desselben werden in Abschnitt 8.2.2 erklärt. Dazu benötigt werden Bilder einer gleichmäßigen Ausleuchtung, die an jeder Stelle x im Mittel gleich viele Photonenereignisse mit einer bestimmten Form enthalten. Diese Aufnahmen müssen zeitlich nah an der Aufnahme des Objekts liegen, da sich z.B. durch Störungen der Ankopplungsoptik die Form der Photonen an einer bestimmten Stelle ändern kann. Ein solches Bild wird *Flatfield* genannt.

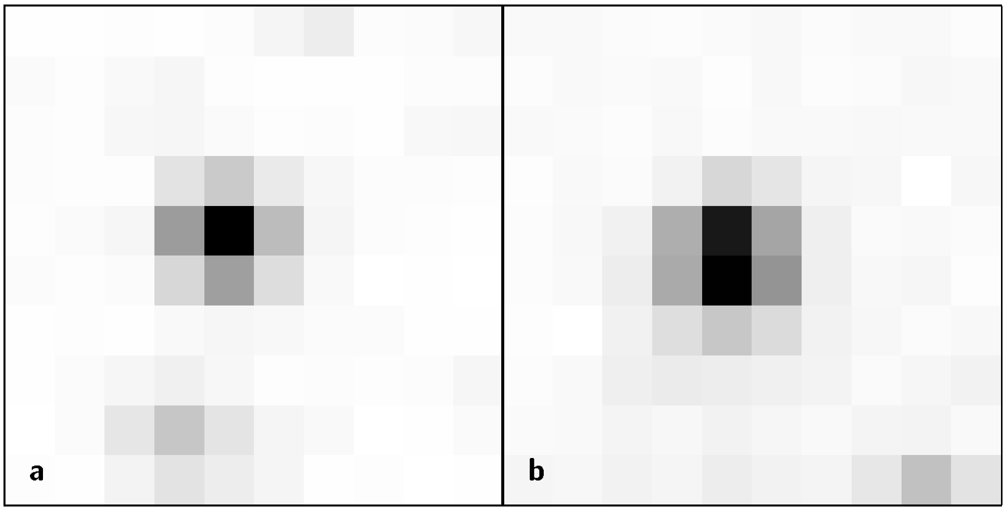

Abbildung 8.4: typische Photonen aus der Mitte (a) und am oberen Rand (b)

Außerdem sind die Objektive der Ankopplungsoptik mit einer Vignettierung behaftet, d.h. die Empfindlichkeit nimmt nach außen hin ab, und somit ist das Bild einer gleichmäßigen Ausleuchtung nicht flach, sondern die Intensität ist im Innenbereich konstant und nimmt nach außen hin ab. Um diesen Effekt zu kompensieren, wird solch ein Bild einer gleichmäßigen Ausleuchtung aufgenommen und sodann wird jedes Objekt-Bild durch dieses sog. Flatfield dividiert. Das würde zum Beispiel bei einer Division eines Flatfields durch ein Flatfield wieder genau die flache Intensitätsverteilung ergeben, die man bei gleichmäßiger Ausleuchtung erwartet. Das Flatfield zu dieser Kompensation muß nicht unbedingt zeitlich nah an den Objektdaten liegen, wie es bei dem Flatfield zur Photon-Bias-Bestimmung der Fall ist, es genügt meist eine Messung für eine oder sogar mehrere aufeinanderfolgende Meßnächte. Abbildung 8.5 zeigt eine solche Flatfield-Aufnahme (a) und das weichgefaltete Langzeitbild derselben (b), wie es zur Kompensation verwendet wird.

8.2 Verarbeitung der Daten

8.2.1 Berechnung der Langzeitbilder

Zur ersten Orientierung werden die Speckle-Interferogramme zu einem Langzeitbild aufaddiert. Die einfachste Möglichkeit ist hierbei die unzentrierte Addition, die einer Langzeitaufnahme entspricht. Um aber die erste Ordnung der atmosphärischen Störungen, die Image-Motion, zu überwinden, wird von jedem Einzelbild der Schwerpunkt bestimmt, und die Bilder werden schwerpunktzentriert addiert. Eine weitere Möglichkeit ist die Kreuzkorrelations-Zentrierung. Hier wird jedes Speckle-Bild $i(x)$ mit dem schwerpunktzentrierten Langzeitbild $l(x)$ korreliert. Die Kreuzkorrelation $k(x)$ kann beschrieben werden durch

$$k(x) = \int i(x')l(x' - x)dx',$$

wobei x' und x 2-D-Ortsvektoren bedeuten. Das entspricht anschaulich einem Übereinanderlegen, Multiplizieren und Integrieren der beiden Bilder mit allen möglichen Verschiebungsvektoren. Es wird dann die Position des Kreuzkorrelationsmaximum, d.h. die Position der besten Übereinstimmung gesucht. Diese Methode läßt auch die Bestimmung eines relativen Seeing-Parameters zu, wie Abbildung 8.6 anschaulich zeigt. l sei der eindimensionale Korrelationskern, und i_a und i_b bezeichnen 2 Speckle-Wolken unterschiedlichen Seeings, aber gleicher Gesamtintensität. Ist nun das Seeing schlecht, so ist die Speckle-Wolke ausgedehnt wie in (a) skizziert. Das Integral ist dann kleiner als im Fall besseren Seeings (b) (bei besserem Seeing ist Speckle-Wolke weniger weit ausgedehnt), da die Flächen rechts und links des Korrelationskerns in (a) nicht beitragen. Man kann somit das Integral als relatives Maß für die Güte des Seeing ansehen. Um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu erhöhen, werden mit dieser Methode für die weitere Verarbeitung die 90 bzw. 50 Prozent der Bilder mit den besten Seeingwerten selektiert.

8.2.2 Berechnung der Objektautokorrelation

Wie in Kapitel 7.2.1 schon erwähnt, beginnt die Speckle-Interferometrie mit der Berechnung des mittleren Powerspektrums (Gleichung 7.9), welches die Fouriertransformierte der mittleren Autokorrelation (Gleichung 7.8) ist. An diesem Powerspektrum, das zunächst nur aus den Speckle-Interferogrammen berechnet wird, müssen noch verschiedene Kompensationen vorgenommen werden, um schließlich die Objekt-Autokorrelation (s. Gleichung 7.11) zu erhalten. Zunächst werden die Terme, die durch das Nachleuchtbild auf dem Phosphorschirm des Bildverstärkers entstehen (siehe Abschnitt 8.1.2), kompensiert.
Das größte Problem, vor allem bei der Verarbeitung schwacher Daten, ist der sog. Photonenbias, ein Untergrund, der dadurch entsteht, daß Daten photonenverrauscht sind.
Schließlich ist noch die Speckle-Interferometrie-Übertragungsfunktion zu kompensieren (siehe Abschnitt 7.9).

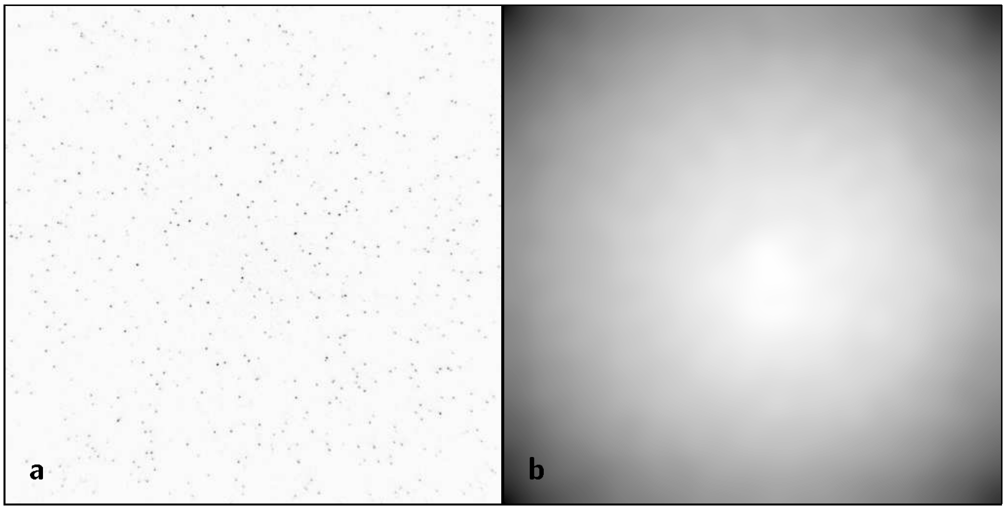

Abbildung 8.5: Speckle-Interferogramm (a) und Langzeitbild (b) einer Flatfield-Aufnahme

Kompensation der Bildverstärker-Dunkelstrom-Terme

Sei $I(u)$ die Fouriertransformierte des aufgenommenen Speckle-Interferogramms, $I'(u)$ diejenige ohne Dunkelstromanteil und $B(u)$ diejenige des Dunkelstromanteils. Dann wird vorausgesetzt:

$$I(u) = I'(u) + B(u) \tag{8.1}$$

Für das mittlere Powerspektrum der tatsächlichen Interferogramme bedeutet das :

$$\begin{aligned} < |I(u)|^2 > &= < |I'(u) + B(u)|^2 > \\ &= < |I'(u)|^2 > + < |B(u)|^2 > + < I'(u) >< B^*(u) > \\ &\quad + < I'^*(u) >< B(u) > \end{aligned}$$

Es müssen also folgende Terme vom mittleren Powerspektrum der tatsächlichen Daten abgezogen werden: $< |B(u)|^2 >$, $< I'(u) >< B^*(u) >$ und $< I'^*(u) >< B(u) >$, dabei ist $< |B(u)|^2 >$ das mittlere Powerspektrum der Dunkelstrom-Daten und $< B(u) >$ die Fouriertransformierte des Langzeitbildes der Dunkelstrom-Daten.

Theorie des Photonen-Bias

Es stellt sich heraus, daß das Powerspektrum verrauschter Daten nicht gleich dem unverrauschter Daten ist. Von verrauschten Daten spricht man, wenn einzelne Photonenereignisse zu sehen sind. Nimmt man delta-förmige Photonenereignisse an, beschreibt man also das Speckle-Interferogramm durch

$$d(x) = \sum_{n=1}^{K} \delta(x - x_n), \tag{8.2}$$

so erhält man für das Powerspektrum (siehe [We91] oder [Go85])

$$\phi_d(u) = \overline{K} + (\overline{K})^2 \phi(u), \tag{8.3}$$

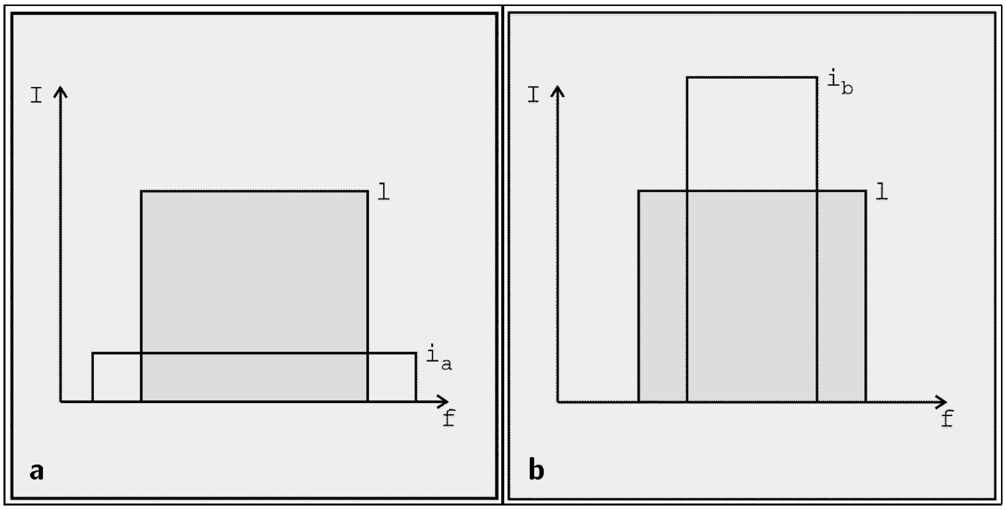

Abbildung 8.6: Ableitung eines Seeing-Parameters aus der Kreuzkorrelation von Speckle-Interferogramm und zentriertem Langzeitbild

wobei $\phi(u)$ das bei $u = 0$ auf 1 normierte Powerspektrum im Falle von unverrauschten Daten und $\phi(u)_d$ das im Falle verrauschter Daten ist. K ist dabei die Zahl der Photonenereignisse pro Speckle-Interferogramm.
Es liegt also unter dem Powerspektrum, das man bei verrauschten Daten erhält, eine konstante Funktion, die zu subtrahieren ist. Für $K \to \infty$ spielt der Summand K eine immer geringere Rolle, und man erhält im Grenzfall das Powerspektrum unverrauschter Daten. Die unterliegende Funktion wird *Photonen-Bias* genannt und macht bei Daten wie den hier verarbeiteten (etwa 500 Photonen pro Interferogramm) einen großen Anteil des Powerspektrums aus.

Tatsächlich kann man die Photonen, wie in Abschnitt 8.1.2 erwähnt und in Abbildung 8.4 gezeigt, nicht als punktförmig ansehen, sondern sie werden durch die Ankopplungsoptik als ausgedehnte Peaks mit gaußförmigem Intensitätsprofil und etwa 2-3 Pixel Durchmesser dargestellt. Außerdem variiert ihre Gestalt abhängig vom Ort im Bild. In diesem Fall ist die Näherung in Gleichung 8.2 ungültig, und der Photonen-Bias ist keine Konstante, sondern und es gilt:

$$\phi_d(u) = \overline{K} * \textit{P-Bias(u)} + (\overline{K})^2 \phi(u) \tag{8.4}$$

Anschaulich läßt sich verstehen, daß in der Autokorrelation bzw. im Powerspektrum bei den Termen eines Photons mit sich selbst keine Objektinformation stecken kann. Diese Terme machen gerade den Photonen-Bias aus. Er ist nichts anderes als die Summe der Powerspektren der einzelnen Photonen bzw. die Fouriertransformierte (FT$\{\}$) der Summe der Autokorrelationen der einzelnen Photonen. Es gilt :

$$\begin{aligned} \textit{P-Bias}(u) &= \sum_{l=1}^{N} POW(u, \overline{x}_l) \qquad (8.5) \\ &= FT\left\{\sum_{l=1}^{N} AC(x, \overline{x}_l)\right\}(u) \qquad (8.6) \end{aligned}$$

wenn *P-Bias(u)* der Photonen-Bias im Powerspektrum eines Interferogramms, N die Zahl der Photonen in diesem Interferogramm, $POW(u, \overline{x}_l))$ das Powerspektrum und $AC(x, \overline{x}_l))$ die Autokorrelation des $l-$ten Photons ist, das sich am Ort $\overline{x}_l)$ befindet; u und x sind Koordinaten im FT- bzw. Ortsraum.

Bestimmung des Photonen-Bias

Der Photonen-Bias läßt sich z.B. messen, indem man ein Bild aufnimmt, bei dem die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon auf eine bestimmte Stelle auftrifft, zeitlich konstant ist. Das ist gegeben bei den in Abschnitt 8.1.2 erwähnten Flatfield-Daten. Sei $D(u)$ die Fouriertransformierte des verrauschten Interferogramms und $I(u)$ des unverrauschten. Betrachtet man dann

$$< |D(u)|^2 > - \mid < D(u) >^2 \mid \tag{8.7}$$

dann gilt mit Gleichung 8.4 :

$$\begin{aligned} < |D(u)|^2 > - \mid < D(u) >^2 \mid &= \overline{K}^2 |I(u)|^2 + \overline{K} * \textit{P-Bias(u)} - |\overline{K} I(u)|^2 \qquad (8.8) \\ &= \overline{K} * \textit{P-Bias(u)} \qquad (8.9) \end{aligned}$$

Der Photonen-Bias läßt sich also berechnen, indem man vom mittleren Powerspektrum der Flatfield-Daten das quadrierte Langzeitbild abzieht. Hier ist allerdings noch nicht berücksichtigt, daß die Photonenform vom Ort auf dem Phosphorschirm abhängig ist. Es müssen zur

Berechnung des Photonenbias genau die Photonenformen verwendet werden, die auch im Objekt-Bild vorkommen. Dazu werden die Flatfield-Daten mit einer Maske abmaskiert, die aus dem unzentrierten Langzeitbild der Objekt-Interferogramme gewonnen wird.

Berechnung der Maske Die Fourier-Transformierte des P-Bias ist die Summe der Autokorrelationen der einzelnen Photonen. Ersetzt man die Summe über die tatsächlichen Photonen durch ein Integral über alle Orte x, so muß eine Gewichtungsfunktion $p(x)$ eingeführt werden, die die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Photon an der Stelle x im Speckle-Interferogramm zu finden ist, angibt. Man erhält:

$$FT[\textit{P-Bias}](y) = \int p(x) * AC[\textit{O-Photon}_x(x')](y)dx, \tag{8.10}$$

dabei ist FT der Fourier-Transformations-Operator, $AC[\textit{O-Photon}_x(x')]$ die Autokorrelation eines Objekt-Photons an der Stelle x. x' ist das Koordinatensystem innerhalb des Photons, mit dem seine Form beschrieben wird.
Nun ist die Form eines Photons an der Stelle x nur von der Optik abhängig, das Objekt-Photon kann also durch ein Flatfield-Photon ersetzt werden. Die Wahrscheinlichkeit, ein Photon an einer bestimmten Stelle zu finden, ist natürlich weiterhin vom Objekt abhängig und proportional zu dem unzentrierten Langzeitbild des Objektes. Ist das Langzeitbild $< i(x) >$ im Bereich eines Photons konstant, dann gilt : $p(x) = p_c* < i(x) >$. Damit wird aus Gleichung 8.10 :

$$FT[\textit{P-Bias}](y) \approx \int p_c AC[\,| < i(x) > |^{\frac{1}{2}} * \textit{F-Photon}_x(x')](y)dx. \tag{8.11}$$

(*F-Photon*: Flatfield-Photon)
Will man also die Flatfield-Photonen zur Photon-Bias-Bestimmung verwenden, so muß jedes Bild der Flatfield-Daten mit der Maske $| < i(x) > |^{\frac{1}{2}}$ multipliziert werden.
siehe hierzu [Ho94]

Kompensation Es wird also zunächst die o.g. Maske aus den Objekt-Daten erstellt und so stark weichgefaltet, daß kein Photonenrauschen mehr vorhanden ist (es ging die Voraussetzung ein, daß das Langzeitbild im Bereich eines Photons konstant ist). Jedes Interferogramm der Flatfield-Daten wird mit der o.g. Maske multipliziert, sodann wird das quadrierte Langzeitbild dieser Daten vom mittleren Powerspektrum abgezogen und so die Photon-Bias-Form erhalten. Diese ist meist sehr verrauscht und wird daher weichgefaltet, wobei sich im weiteren Verlauf Probleme ergaben (siehe Abschnitt 10.1). Diese Photon-Bias-Form wird schließlich außerhalb der Beugungsgrenze an das Powerspektrum der Objekt-Daten in der Amplitude angefittet und von diesem subtrahiert.
Wegen verschiedener Ursachen (Ankopplungsoptik ist nicht genügend starr, Flatfield- und Objektmessungen wurden nicht in gleicher Teleskopstellung gemacht) können in den Flatfield-Daten Photonen anderer Form auftreten als an der gleichen Stelle in den Objekt-Daten. Dieser Umstand verfälscht die Photon-Bias-Form, und um die Form verändern zu können werden andere Maskenpotenzen als 0.5 gerechnet und so leicht verschiedene Photon-Bias-Formen gewonnen. Wählt man die Potenz größer als 0.5, so werden weiter außen liegende Photonen weniger stark berücksichtigt und, da diese dicker sind als innenliegende, wird die Photon-Bias-Form bei kleinen Frequenzen kleiner als im Falle der Potenz 0.5 . Auf diese Weise kann man sich der richtigen Form annähern. Wird im niederfrequenten Bereich zu wenig subtrahiert,

so sind die kleinen Frequenzen zu stark angehoben und es bilden sich tiefe Ringe in der Autokorrelation, wird hingegen im niederfrequenten Bereich zu viel subtrahiert, so entstehen negative Werte im kompensierten Powerspektrum und in der Autokorrelation treten Phänomene wie Doppelpeaks auf, die theoretisch bei idealen Daten nicht entstehen könnten. Auf diese Weise läßt sich beurteilen, ob eine Kompensation richtig oder falsch ist.

Kompensation der Speckle-Interferometrie-Übertragungsfunktion

Nach der Kompensation der Bildverstärker-Nachleucht-Terme und des Photonen-Bias bleibt nun noch die Speckle-Interferometrie-Übertragungsfunktion (siehe Gleichung 7.9). Dazu werden Speckle-Interferogramme eines Einzelsterns aufgenommen und daraus das von den Bidverstärker - und Photon-Bias -Termen kompensierte Powerspektrum gebildet. Da bei diesen Daten die mittlere Zahl der Photonen pro Bild meist hoch ist, spielt der Photonen-Bias nach Gleichung 8.4 keine so große Rolle und kann mit einer gaußähnlichen Funktion angefittet werden. Da es bei der Kompensation der SIÜF darauf ankommt, daß das Seeing der Einzelstern-Daten dem der Objekt-Daten ähnlich ist, wird der Einzelstern-Datensatz, wie in Abschnitt 8.6 beschrieben, in mehrere Intervalle mit unterschiedlichem Seeing eingeteilt. Daraus kann dann eines gewählt oder auch eine neue Zusammenstellung aus verschiedenen Intervallen erzeugt werden, so daß die Kompensation der Übertragungsfunktion möglichst gut paßt. Kompensiert man mit zu gutem Seeing, dann werden die niedrigen Frequenzen im Objekt-Powerspektrum stärker als die hohen angehoben (zu gutes Seeing gleich zu kleine Speckle-Wolke gleich zu breite Speckle-Interferometrie-Übertragungsfunktion mit einem zu hohen hochfrequenten Plateau). Abbildung 8.7 zeigt den Radialplot einer mit den besten (5_1.pow.rad) und einer mit den schlechtesten (5_4.pow.rad) Seeing-Werten erzeugten Übertragungsfunktion. Kleine Fre-

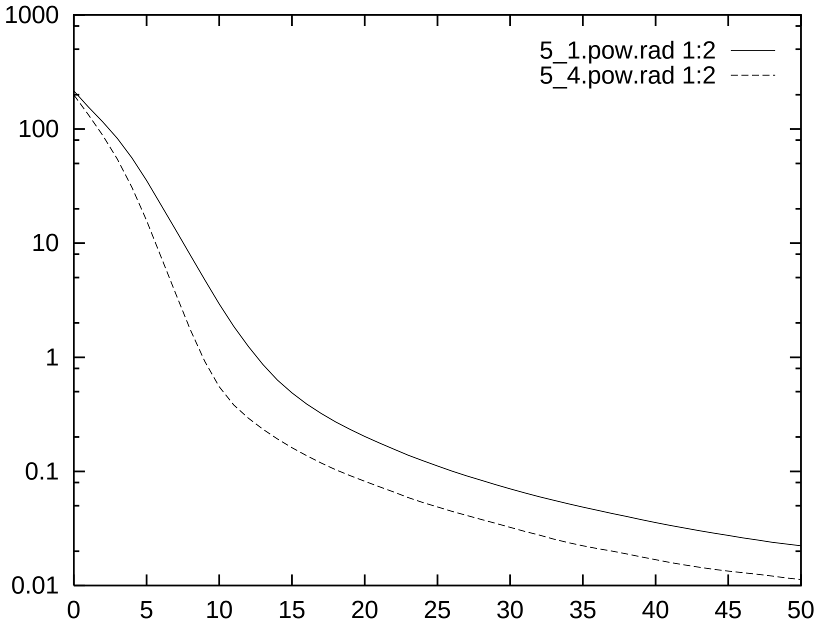

Abbildung 8.7: Radialplot einer Übertragungsfunktion aus den besten Seeing-Werten (5_1.pow.rad) und aus den schlechtesten (5_4.pow.rad)

quenzen sind die Frequenzen des Langzeitbildes, d.b. bei Kompensation mit zu gutem Seeing liegt unter der Objekt-Autokorrelation noch ein "Hügel", der dem Langzeitbild ähnelt. Bei zu schlechtem Seeing sind entsprechend die kleinen Frequenzen abgesenkt, die hohen sind im Verhältnis zu hoch, und es bilden sich tiefe Ringe in der Objektautokorrelation.

8.2.3 Berechnung der hochaufgelösten Bilder

Die Speckle-Interferometrie, wie sie im letzten Abschnitt erklärt wurde, liefert nur die hochaufgelösten Autokorrelationen, nicht jedoch echte Bilder. Diese erhält man mit der schon in Abschnitt 8 erwähnten Speckle-Masking-Methode. Hierzu werden Ergebnisse der Speckle-Interferometrie benötigt, wie die Bestimmung des Photonen-Bias, der Seeing-Werte für die Übertragungsfunktion, das kompensierte Powerspektrum und auch das Langzeitbild. Analog zur Berechnung des Powerspektrums wird hier das vierdimensionale Bispektrum (siehe Gleichung 7.15) berechnet.

Kompensation der Bildverstärker-Dunkelstrom-Bias-Terme im mittleren Bispektrum

Analog zu Gleichung 8.2.2 erhält man mit Gleichung 8.1 für das mittlere Bispektrum $< I^{(3)}(u,v) >$ der aufgenommenen Interferogramme :

$$\begin{aligned} < I^{(3)}(u,v) > \quad = \quad & < I'^{(3)}(u,v) > + < B^{(3)}(u,v) > \\ & + < I'(u) >< B(v)B(-u-v) > +c.c. \\ & + < I'(u)I'(v) >< B(-u-v) > +c.c. \\ & -2 < I'(u) >< B(v) >< B(-u-v) > +c.c. \\ & +6 < B(u) >< B(v) >< B(-u-v) > +c.c. \end{aligned}$$

Die Terme bis auf $< B^{(3)}(u,v) >$ sind nur im niederfrequenten Bereich, also nahe der Bispektrum-Achsen, größer Null, ansonsten gleich Null. Daher wird nur das BVS-Bispektrum $< B^{(3)}(u,v) >$ kompensiert und die Phasenrekursion ab einer Mindestlänge für die u, v und w - Vektoren gerechnet.

Kompensation des Photonen-Bias im Bispektrum

Zu diesem Kapitel siehe [Wi85],[PHW92]. Machten im Powerspektrum die Autokorrelationen zweier gleicher Photonen den Photonen-Bias aus, so gibt es im Bispektrum einen objektunabhängigen Photonen-Bias, der durch die Tripelkorrelation dreier gleicher Photonen zustande kommt, und einen objektabhängigen durch zwei gleiche und einem weiteren Photon. Der objektunabhängige Term ist das Bispektrum der Wurzel des P-Bias-Terms im Powerspektrum $G^{(3)}(u,v)$. Sei POWC(u) das Photon-Bias-kompensierte Powerspektrum geteilt durch die Photon-Bias-Form. Dann gilt für den objektabhängigen Term $PBiasO(u,v)$:

$$PBiasO(u,v) = (\, POWC(u) + POWC(v) + POWC(-u-v)\,) G^{(3)}(u,v) \qquad (8.12)$$

Da sowohl das Photon-Bias kompensierte Powerspektrum als auch die Photon-Bias-Form schon aus der Speckle-Interferometrie bekannt sind, ist hier keine Entscheidung mehr zu fällen.

Speckle-Masking-Übertragungsfunktion

Um das Objekt-Bispektrum (Gleichung 7.17) zu erhalten, muß nach Gleichung 7.16 durch die Speckle-Masking-Übertragungsfunktion geteilt werden. Doch da diese reell ist und aus dem Bispektrum lediglich die Phase der Objekt-Fouriertransformierten bestimmt wird (der Betrag wird aus dem Objekt-Powerspektrum gewonnen), wird darauf verzichtet, um kein zusätzliches Rauschen aus dem Bispektrum des Referenzsterns einzuführen.

Phasenrekursion

Nachdem das Bispektrum vom Bildverstärker-Nachleuchten und vom Photonen-Bias kompensiert ist, wird mittels Rekursion die Phase der Objekt-Fouriertransformierten bestimmt.

Phase-Closure-Beziehung Es gelte wie in Abschnitt 7.2.1

$$O(u) = |O(u)|e^{i\varphi(u)} \tag{8.13}$$

und

$$B_o(u,v) = |B_o(u,v)|e^{i\beta(u,v)} \tag{8.14}$$

($O(u)$: Objekt-Fouriertransformierte, $|O(u)|$ deren Betrag, $\varphi(u)$ deren Phase
$B_o(u,v)$: Objekt-Bispektrum, $|B_o(u,v)|$ dessen Betrag, $\beta(u,v)$ dessen Phase)
Einsetzen ergibt :

$$|B_o(u,v)|e^{i\beta(u,v)} = |O(u)|e^{i\varphi(u)} * |O(v)|e^{i\varphi(v)} * |O(u+v)|e^{-i\varphi(u+v)} \tag{8.15}$$

d.b. mit $w = u + v$:

$$\varphi(w) = \varphi(w-v) + \varphi(v) - \beta(w-v,v) \tag{8.16}$$

Mit Hilfe dieser Formel kann nun die Phase der Objekt-Fouriertransformierten ausgehend von Startwerten rekursiv berechnet werden. Zwar ist damit die Phase prinzipiell bestimmt, doch sind noch einige Bemerkungen zu machen:

Startwerte Die oben hergeleitete Formel ist eine Rekursionsformel, man benötigt also Startwerte. Man kann Werte für $\varphi(0,0)$, $\varphi(0,1)$ und $\varphi(1,0)$ aus Randbedingungen ableiten, doch gibt es eine andere Möglichkeit, die in praxi verwendet wird. In der Fouriertransformierten des zentrierten Langzeitbildes sind die niederfrequenten Phasen enthalten und werden bis zu einer Startfrequenz verwendet. Von dort aus werden dann die weiteren Werte rekursiv berechnet.

Mindestlänge Wegen der Bildverstärker-Terme (Abschnitt 8.2.3) können die achsennahen Bispektrumselemente zur Rekursion nicht verwendet werden, sondern es muß gelten : $|u|, |v|, |u+v| > Mindestlänge$.

Rekursionsformel Wie aus Gleichung 8.16 ersichtlich, kann jede Objekt-FT-Phase $\varphi(w)$ aus vielen verschiedenen Bispektrumsphasen $\beta(w-v,v)$ berechnet werden. Da aber die auf verschiedene Weise berechneten Phasenwerte bei Frequenz w aufgrund der verschieden stark verrauschten Bispektrums-Phase $\beta(w-v,v)$ unterschiedlich stark verrauscht sind, werden die verschiedenen Wege mittels der SNR des jeweiligen Bispektrums-Elementes gewichtet. Für das

Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) gilt in erster Näherung bei stark verrauschten Daten — wie bei den in dieser Arbeit behandelten Seyfert-Galaxien :

$$\mathrm{SNR} = \frac{|\mathrm{BIS}|}{\sqrt{N^3}} \tag{8.17}$$

($|\mathrm{BIS}|$: Betrag des jeweiligen Bispektrumselementes, N : mittlere Zahl der Photonen pro Bild) Der Betrag der Bispektrumselemente nimmt nach außen hin, i.e. für größere $|u|, |v|$, ab und damit auch das Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Bei stark verrauschten Daten geht für höhere Frequenzen das Signal im Rauschen unter und die Bispektrumselemente können nicht bis zur theoretischen Beugungsgrenze verwendet werden. Man erreicht dann nicht die beugungstheoretische Auflösung sondern kann sie nur weniger stark im Vergleich zum Langzeitbild erhöhen. Bei den verschiedenen Rekursionswegen werden auch diejenigen, die mit Bispektrumselementen besseren SNR's gerechnet wurden, stärker gewichtet als andere. Man erhält dann für die Phasenrekursion:

$$e^{i\varphi(w)} = \frac{1}{M} \sum_{u,v\ mit\ u+v=w} GF(u,v) e^{i\varphi(u)} e^{i\varphi(v)} e^{-i\beta(u,v)} \tag{8.18}$$

(M: Anzahl der Rekursionswege, GF(u,v): Gewichtungsfunktion)
Dabei muß gelten : $|u|, |v|, |w| > Mindestlänge$ und $|w| > Startfrequenz.$

Rekonstruktion des hochaufgelösten Bildes

Zur Rekonstruktion wird nun zu jedem u die Objekt-Fouriertransformierte $O(u)$ bestimmt. Dazu wird der Betrag aus dem von allen Termen kompensierten Powerspektrum genommen und die Phase mit der oben erklärten Rekursionsformel 8.18 aus dem Photon-Bias-kompensierten Bispektrum. Um den Wert für die Startfrequenz zu erhalten, ab der die Phasenrekursion beginnt und bis zu der die Phase aus dem Langzeitbild genommen werden kann, wird die Phase der Fouriertransformierten des Langzeitbildes dargestellt. Bei verrauschten Daten können die Phasen – wie oben gezeigt – nicht für alle u bis zur Beugungsgrenze errechnet werden, sondern nur bis zu einer kleineren Frequenz. Die Fouriertransformation von $O(u)$ über alle möglichen u ergibt dann das rekonstruierte Bild, das im idealen Falle beugungstheoretisch scharf ist, aber bei stark photonenverrauschten ausgedehnten Objekten ist die Auflösungssteigerung geringer. Bei den später behandelten Seyfert-Galaxien konnte die Objekt-Fouriertransformierte bis zur doppelten Langzeitfrequenz berechnet werden. In Kapitel 7 wurde als Beispiel die Rekonstruktion des Doppelsterns $\varphi\ Cygni$ gezeigt, die beugungstheoretisch scharf gelang[1].

[1] Abbildung 7.2

9. Speckle-Masking-Untersuchungen der Seyfert-1-Galaxie NGC 1566 (RG630)

Die Verarbeitung erfolgt wie in Kapitel 8 beschrieben. Es werden daher nicht alle Punkte wiederholt, sondern nur die wesentlichen und problematischen behandelt.

9.1 Eigenschaften von NGC 1566

Die Galaxie NGC 1566 ist eine Seyfert-1-Galaxie vom morphologischen Typ SAB(s)bc. Sie zeigt zwei Spiralarme, die in einen äußeren Ring übergehen. Aus der Form des Rings konnte der Inklinationswinkel zu 30 Grad bestimmt werden. Man sieht sie also fast "face-on". Sie ist Mitglied der Dorado-Gruppe ([Va73]). In [VV68] wird sie als zweithellste Seyfert-Galaxie nach NGC 1068 angegeben. Es gibt zahlreiche Veröffentlichungen, die über Photometrie-Ergebnisse berichten. Die Galaxie hat einen hellen Kern mit starken, in der Breite variierenden Emissionslinien mit einem Durchmesser von 12". In [HP80] wird das Spektrum des Kerns präsentiert und die Seyfert-Natur angezweifelt. Es sei dem Spektrum galaktischer und extragalaktischer HII-Regionen ähnlich, lasse sich durch radiative Anregung durch heiße Sterne erklären und verlange keine Photoionisation eines nicht-thermischen Kontinuums wie es bei anderen Seyfert-Galaxien verlangt wird. In [CB82] wird das Geschwindigkeitsfeld durch Messung der Radialgeschwindigkeit einzelner Wolken bestimmt. Über Messungen mit Long-Slit-Spektroskopie wird in [Bo92] berichtet. Es ergibt sich in dieser Arbeit aufgrund der Rotverschiebung bei Annahme einer Hubble-Konstanten von 75 $\mathrm{kms}^{-1}\,\mathrm{Mpc}^{-1}$ eine Entfernung von 17.4Mpc. Diese wird in dieser Arbeit angenommen.

9.2 Beschreibung der Rohdaten

Die Daten wurden am 20. Januar 1994 mit dem 2.20m - Teleskop der ESO/MPG an der Europäischen Südsternwarte aufgenommen. Tabelle 9.1 zeigt die Beobachtungsdaten. Zur groben Orientierung wurde die Galaxie mit einfacher und vierfacher Vergrößerung aufgenommen. Von

Nr.	Vergrös-serung	Belichtungszeit (ms)	Filter	Blende	Bilder-anzahl	Bemerkung
20-5	1x	150/165	RG 630	2	200	Objekt
20-6	4x	150/165	RG 630	2	500	Objekt
20-7	16x	120/135	RG 630	2	3000	Objekt
20-8	16x	120/135	RG 630	2	3000	Objekt
20-9	16x	120/135	RG 630	11	2000	Einzelstern
20-10	16x	120/135	RG 630	11	1400	Einzelstern
20-11		120/135	GG 495	2	1000	Flatfield
20-32		90/105	GG 495	2	1000	Flatfield

Tabelle 9.1: Beobachtungsdaten

diesen Datensätzen wurden lediglich Langzeitbilder berechnet. Die Daten, mit denen Speckle-Masking-Untersuchungen gemacht wurden, sind die Datensätze 20-7 und 20-8, die bei einer Vergrößerung von 16 aufgenommen wurden (zusammen 6000 Bilder). Zur Kompensation der Speckle-Interferometrie-Übertragungsfunktion sind zwei Datensätze von verschiedenen Einzelsternen vorhanden. Zur Photonen-Bias-Bestimmung dient hauptsächlich der Datensatz 20-11, der zeitlich direkt hinter den Objekt-Daten aufgenommen wurde. Der Satz 20-32 ist zu methodischen Untersuchungen zum Photonen-Bias verwendet worden. Die Flatfield-Kompensation wurde mit einem übernommenen Flatfield vom Anfang der Beobachtungsnacht gemacht. Das Objekt wurde mit dem Schott Kantenfilter RG 630 beobachtet; bei diesem Filter werden alle Wellenlängen über 630 nm berücksichtigt, ab etwa 900 nm nimmt jedoch die Empfindlichkeit des BVS stark ab. Das umfaßt die $H\alpha$ - Linie bei 675 nm und Kontinuum.

9.2.1 Speckle-Interferogramme und unzentrierte Langzeitbilder

Zur Vorstellung der Rohdaten sind von den verschiedenen Datensätzen je ein Speckle-Interferogramm in Abbildung 9.1 und das unzentrierte Langzeitbild, i.e. die Addition aller Interferogramme, in Abbildung 9.2 gezeigt. In Abschnitt a ist jeweils die Galaxie bei einfacher Vergrößerung (Datensatz 20-5), in b bei vierfacher Vergrößerung (20-6), in c bei 16-facher Vergrößerung (20-7/8), wobei das unzentrierte Langzeitbild aus beiden Datensätzen addiert ist, und in d der Einzelstern (20-9) gezeigt. Es ist deutlich zu sehen, wie Photonen-verrauscht die Daten sind, besonders durch den Vergleich der zu verarbeitenden Objektdatensätze bei 16-facher Vergrößerung mit dem Einzelstern - Interferogramm. Die einzelnen Photonen-Ereignisse treten deutlich hervor. Daher ist zu erwarten, daß der in Kapitel 8 beschriebene Photonen-Bias, der gerade durch einzelne Photonen-Ereignisse zustande kommt, einen großen Anteil an den Power- und Bi-Spektren ausmacht.

9.3 Berechnung und Diskussion der Langzeitbilder

Abbildung 9.3 zeigt die zentrierten Langzeitbilder bei ein- vier- und sechzehnfacher Vergrößerung. Für die Eichung in pc wurde als Entfernung die in [Bo92] angegebene von 17.4Mpc verwendet. Sie wurde unter Annahme einer Hubble-Konstanten von 75 $\mathrm{kms}^{-1}\,\mathrm{Mpc}^{-1}$ erhalten. Aus diesen Bildern kann der Ausschnitt, der bei 16-facher Vergrößerung untersucht wird, eingeordnet werden. Zur weiteren Verarbeitung wird nur noch dieser Datensatz verwendet. Zur Diskussion des Langzeitbildes ist der mit Contourlinien unterlegte Plot (Abbildung 9.4) besser geeignet. Die Intensität fällt über 70 Pixel ($1\farcs1$) auf etwa 1/3 ab. Die Isophoten sind länglich und variieren in der Richtung der Länglichkeit. Abbildung 9.5 zeigt einen horizontalen (a) und einen vertikalen (b) Schnitt durch das Zentrum. Die Schnitte lassen sich interpretieren als Überlagerung einer engen Verteilung, hervorgerufen durch ein unaufgelöstes Zentralobjekt, und einer breiten, hervorgerufen durch die Galaxie.

9.4 Photon-Bias-Kompensation

Der schwierigste Punkt bei der, nach der Berechnung der Langzeitbilder beginnenden, Speckle-Interferometrie ist die Kompensation des Photonen-Bias (siehe Abschnitt 8.2.2) vom mittleren Powerspektrum. Die hier erhaltene Photon-Bias-Form wird auch zur Kompensation vom Bispektrum in der Speckle-Masking-Verarbeitung verwendet (siehe Abschnitt 8.2.3).

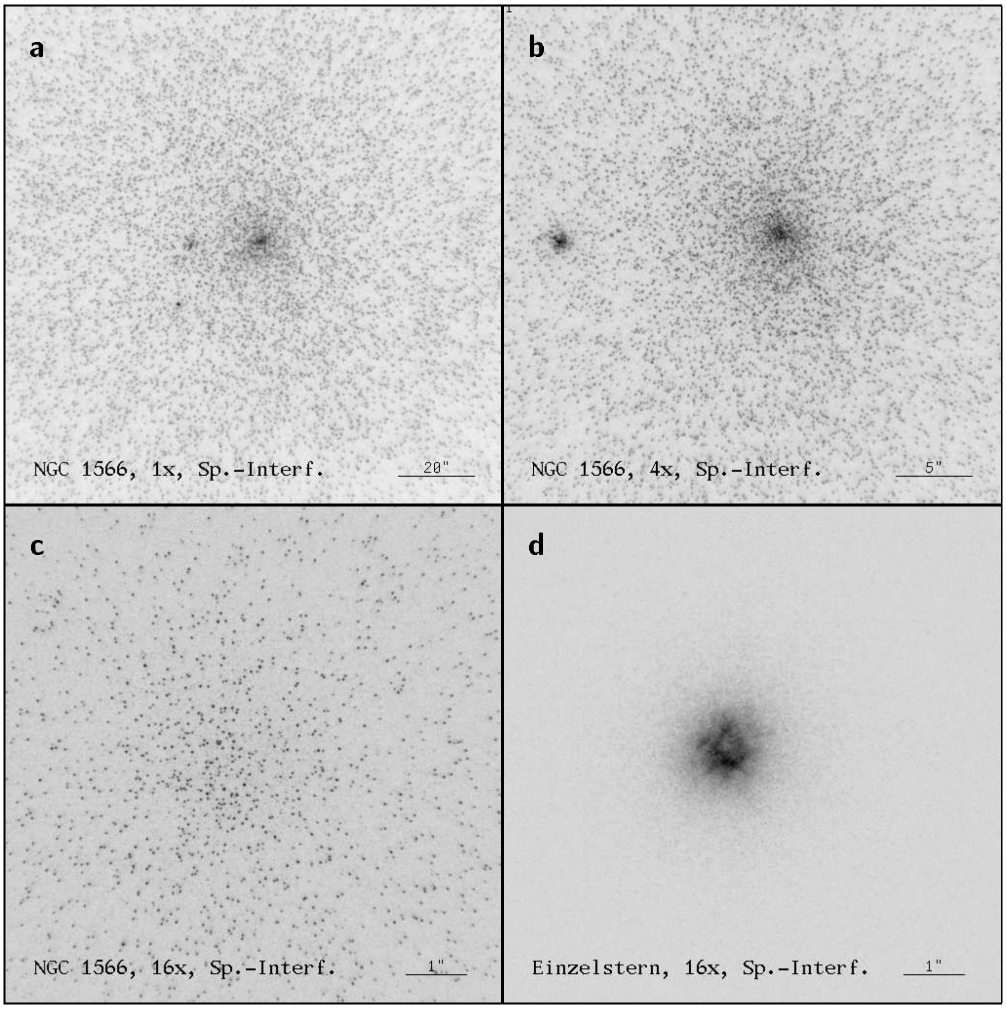

Abbildung 9.1: Einzelne Speckle-Interferogramme der verschiedenen Datensätze

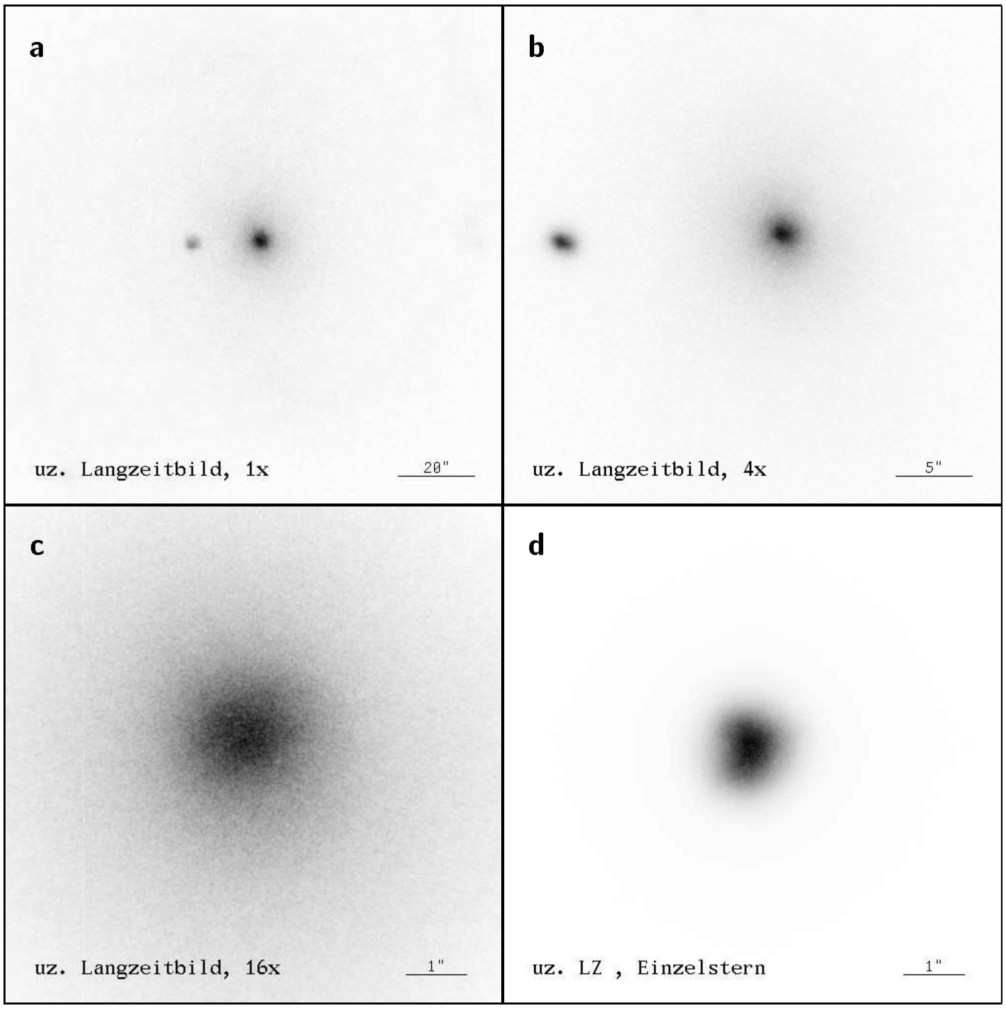

Abbildung 9.2: Unzentrierte Langzeitbilder der verschiedenen Datensätze

9.4.1 Auswahl der Photon-Bias-Form

Erzeugung verschiedener Photon-Bias-Formen

Der Photonen-Bias wird nach dem in Abschnitt 8.2.2 erklärten Verfahren bestimmt. Der Theorie entsprechend müßte das unzentrierte Langzeitbild der verwendeten Interferogramme mit 0.5 potenziert werden. Um Variationen in der Form zu erhalten, werden Potenzen zu 0.4, 0.5, 0.6 und 0.7 gerechnet. Das ist nötig, da die Flatfield-Aufnahmen nicht während der Objekt-Messung und in anderer Teleskopstellung gemacht wurden, so daß die gemessene Photonen-Bias-Form nicht unbedingt exakt mit der unter dem Objekt-Powerspektrum übereinstimmt. Anschließend sind die erhaltenen Formen verrauscht und müssen weichgefaltet werden. Hierzu werden sie mit einem gaußförmigen zweidimensionalen Faltungskern mit einem σ von 3, 5, 7 und 9 Pixel gefaltet. Diese Formen werden dann in der Amplitude an das mittlere Objekt-Daten-

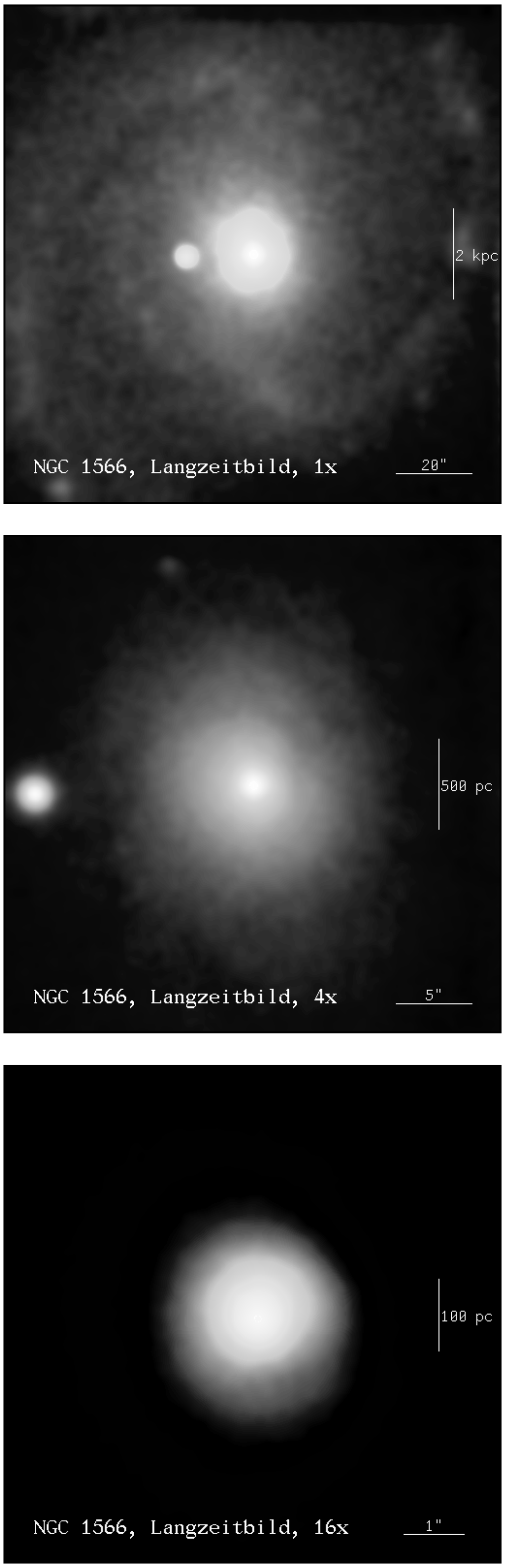

Abbildung 9.3: zentrierte Langzeitbilder; oben : einfache, mitte : vierfache, unten : sechzehnfache Vergrößerung. Die Eichung in pc ist mit einer Entfernung von 17.4Mpc vorgenommen (aus [Bo92]; bei einer Hubble-Konstanten von 75 $\mathrm{kms}^{-1}\,\mathrm{Mpc}^{-1}$)

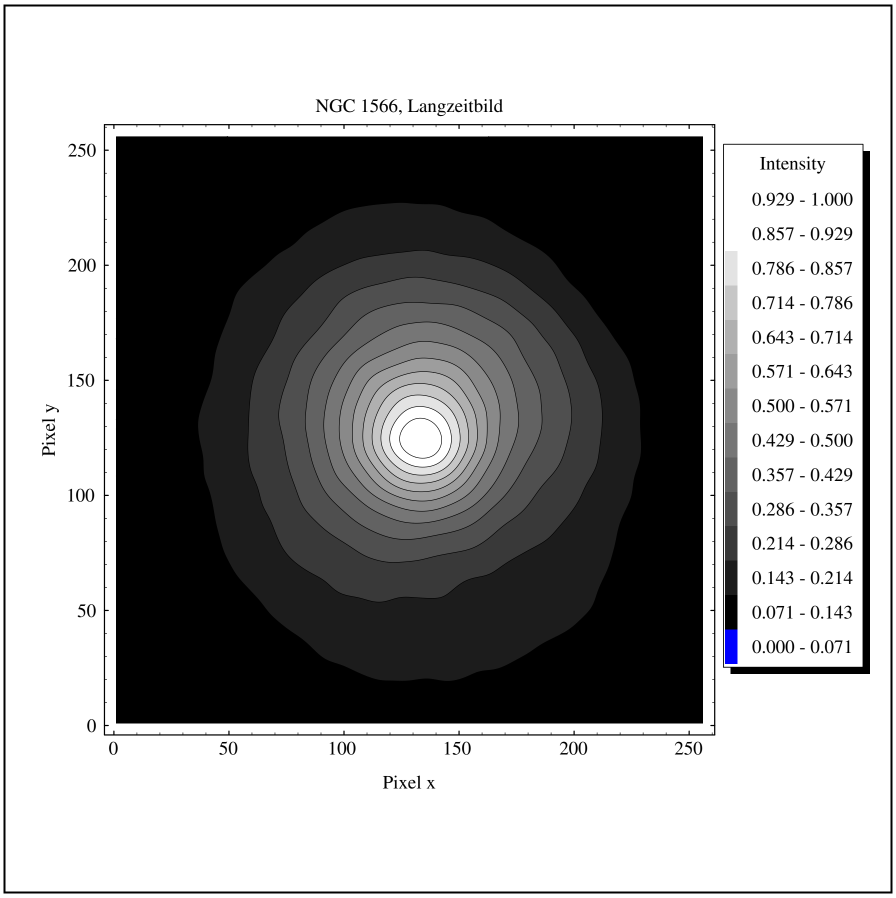

Abbildung 9.4: NGC 1566, Contour-Plot des zentrierten Langzeitbildes. Ein Pixel entspricht 0.″016 oder 1.33 pc , das gesamte Bildfeld (256 Pixel) 4.″1 bzw. 341 pc .

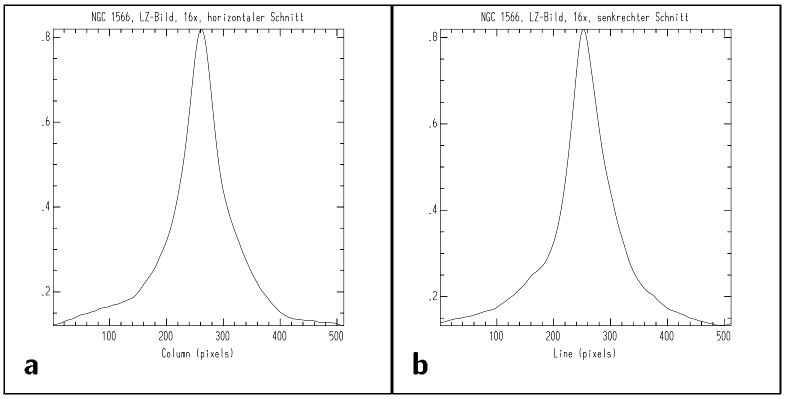

Abbildung 9.5: NGC 1566, Langzeitbild : horizontaler (a) und senkrechter (b) Schnitt durch das Zentrum

Powerspektrum angefittet und von diesem subtrahiert. Abbildung 9.6 zeigt in (a) den Radialplot des unkompensierten Powerspektrums (20-7+8_good50%.pow.rad.asc) und die Radialplots der mit Maskenpotenz 0.5 erhaltenen und angefitteten Photon-Bias-Formen (mit σ von 3,5,7,9). (b) zeigt die Radialplots der Powerspektren, die mit den in (a) gezeigten Formen kompensiert wurden. In (c,d) und (e,f) entsprechend für Maskenpotenzen 0.6 und 0.7.
Mit größerem Faltungskern werden die Photon-Bias-Formen im niederfrequenten Bereich flacher (bis etwa Frequenz 20 bemerkbar). Mit zunehmender Maskenpotenz werden weiter außen liegende dicke Photonen weniger stark berücksichtigt, folglich wird die Form zum niederfrequenten Bereich hin flacher, jedoch auf größerer Skala als bei der Faltung.
Bei Maskenpotenz 0.5 und schwacher Faltung ist die Form im niederfrequenten Bereich am höchsten und sogar höher als das unkompensierte Powerspektrum, was im kompensierten Powerspektrum zu zuviel subtrahiert wird. Mit zunehmender Faltung und zunehmender Maskenpotenz wird die Photon-Bias-Form immer flacher, und es ist zu erwarten, daß ab einer bestimmten Maskenpotenz zu wenig subtrahiert wird und unter dem kompensierten Powerspektrum noch Photonen-Bias liegt. In diesem Fall bilden sich in der Objekt-Autokorrelation an den Stellen, wo ein Photonen-Bias-Untergrund vorhanden ist, tiefe Werte und, da die Photon-Bias-Formen sich in Winkelrichtung wenig ändern, tiefe Ringe.

Faltungs-Parameter

Wünschenswert ist, daß die Faltung der Photon-Bias-Form diese lediglich glättet, nicht jedoch, wie hier, ihre Form verändert. Wie später gezeigt wird, kann bei diesem Datensatz das Bild lediglich bis zur Frequenz 18 bis 20 im Fourierraum das Bild rekonstruiert werden (wegen des schlechten Signal-zu Rausch-Verhältnisses). Gerade in diesem Bereich jedoch bewirkt die Faltung mit unterschiedlich großem zweidimensionalem Faltungskern ein starkes Abknicken der Photon-Bias-Form.
Um dieses Problem zu überwinden, wurde ein Programm entwickelt, daß nicht mit einem zweidimensionalen gaußförmigen Kern faltet sondern, in azimutaler und radialer Richtung getrennt, jeweils mit einem eindimensionalen Kern. Auf diese Weise kann in azimutaler Richtung stärker gefaltet werden als in radialer, was sinnvoll ist, da sich die Photon-Bias-Form in radialer Richtung stärker ändert als in azimutaler. Außerdem wird der Faltungskern in seiner Größe variabel programmiert, so daß erzwungen werden kann, daß im Innenbereich nur so stark gefaltet wird, daß die Form konstant bleibt und lediglich geglättet wird.
Das Programm und seine Auswirkungen werden in Abschnitt 10.1 genauer erklärt (siehe [Ho94]. Es werden im folgenden die Photon-Bias-Formen auf diese Weise gefaltet und somit ist der Einfluß der Faltungs-Parameter wesentlich verringert.

Maskenpotenz

Wie oben gezeigt, wird bei Maskenpotenz 0.5 zuviel subtrahiert, anhand der Autokorrelation kann man sehen, daß bei 0.6 schon zu wenig subtrahiert ist. Aus diesem Grunde werden die unzentrierten Langzeitbilder zusätzlich mit 0.52, 0.54, 0.56 und 0.58 potenziert.

Entscheidung im eingeschränkten Parameterraum

Es wurden also Photon-Bias-Formen mit Maskenpotenzen 0.5, 0.52, 0.54, 0.56, 0.58 gerechnet, mit dem in Abschnitt 9.4.1 erwähnten Faltungsprogramm geglättet und an das unkompensierte

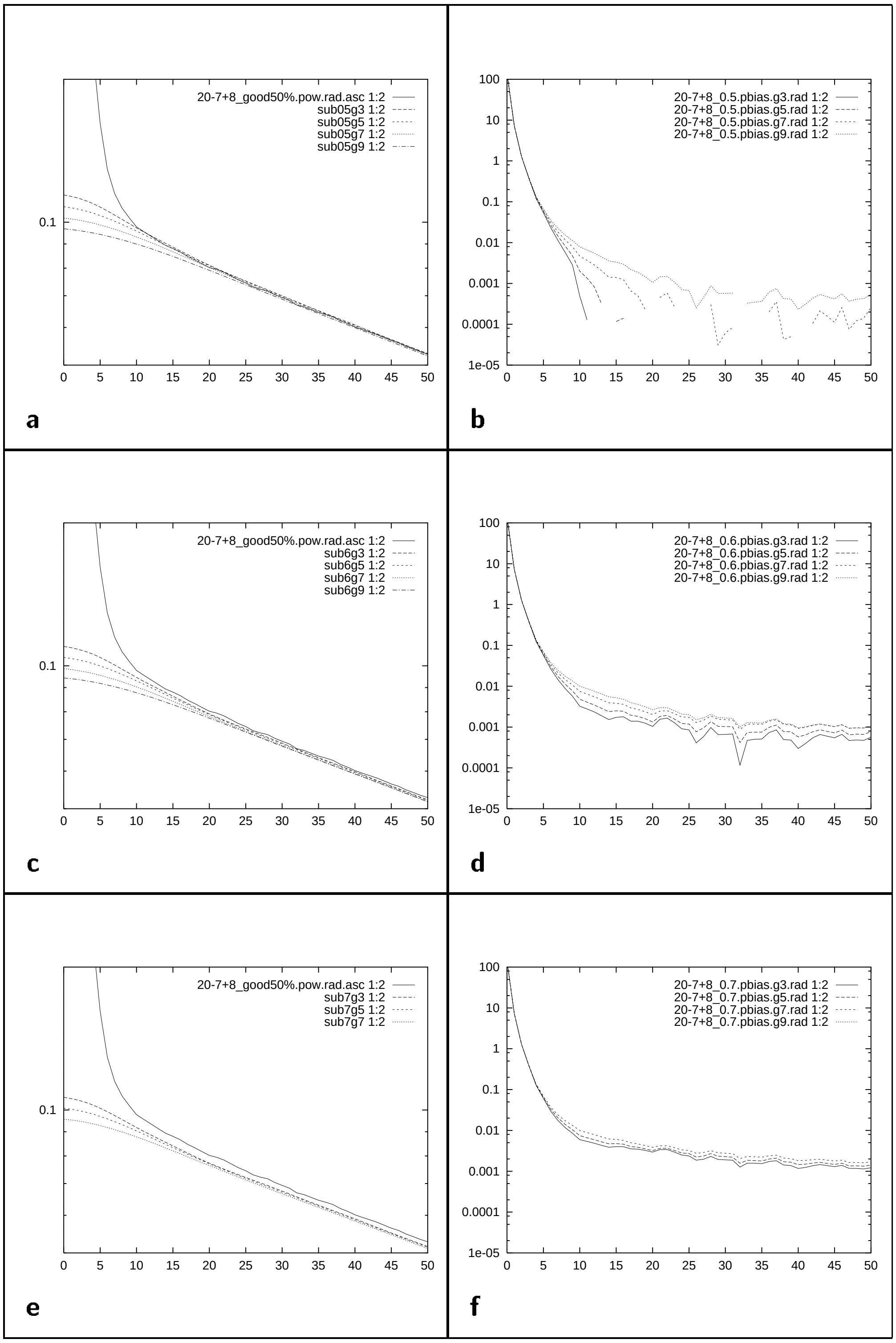

Abbildung 9.6: Plots zur Photon-Bias-Kompensation; a,c,e : Radialplots des unkompensierten Powerspektrums (20-7+8_good50%.pow.rad.asc) und der subtrahierten Photon-Bias-Formen; Maskenpotenzen 0.5 (a), 0.6 (b) und 0.7 (c); jeweils für gaußförmigen Faltungskern mit σ 3, 5, 7 und 9 Pixel. b,d,f : Radialplots der kompensierten Powerspektren; Parameter jeweils wie a,c,e
.

Powerspektrum angepaßt. Abbildungen 9.7 und 9.8 zeigen die zu Abbildung 9.6 analogen Plots.

Auswirkung der Faltung Wie man sieht, weichen die verschieden gefalteten und angepaßten Photon-Bias-Formen nun kaum mehr voneinander ab. Um die Glättung zu beurteilen, sind diese Plots nicht ideal, da sie ein Mittel über alle Radiallinien darstellen und nur die Glättung in radialer, nicht in Winkelrichtung zeigen. Bis etwa Radius 5 sind die Photon-Bias-Formen zwar nicht sehr glatt, doch spielt das keine Rolle, da hier der Langzeitpeak des Powerspektrums liegt und die Photon-Bias-Form relativ zum unkompensierten Powerspektrum sehr klein ist. Wie später zu sehen, bewirken die verschiedenen Faltungen in den Autokorrelationen und noch weniger in den Rekonstruktionen fast keine Unterschiede.

Auswirkung der Maskenpotenzen Bei Maskenpotenz 0.5 liegt die Photon-Bias-Form ab etwa Frequenz 10 über dem unkompensierten Powerspektrum, d.b. es wird zu viel subtrahiert, und der Radialplot des kompensierten Powerspektrums ist folglich ab Frequenz 10 auf null gesetzt. Mit zunehmender Maskenpotenz flachen die Photon-Bias-Formen zunehmend im niederfrequenten Bereich ab, es wird weniger subtrahiert und im Radialplot des kompensierten Powerspektrums bleibt mehr stehen. Ab Maskenpotenz 0.56 treten im Bereich bis Frequenz 20, bis zu der das Bild rekonstruiert werden kann, keine negativen Stellen mehr auf. Eine weitere Entscheidung bezüglich der Photon-Bias-Form kann anhand der Autokorrelationen vorgenommen werden.

9.4.2 Berechnung und Diskussion der Objekt-Autokorrelationen

Die – wie oben beschrieben – Photon-Bias-kompensierten Powerspektren (die Bildverstärker-Terme waren nach Abschnitt 8.2.2 vorher kompensiert worden) werden nun durch die Speckle-Interferometrie-Übertragungsfunktion geteilt und fouriertransformiert. Auf diese Weise erhält man die Objekt-Autokorrelation im Ortsraum. Die Berechnung wird bis zur Frequenz 18 und 25 durchgeführt; Sinnvoller wegen des schlechten Signal-zu Rausch-Verhältnisses ist die Grenze 18, jedoch ist die Rechnung bis 25 besser dazu geeignet die Unterschiede im Zentralbereich, hervorgerufen durch unterschiedliche Photon-Bias-Kompensationen, aufzuzeigen. Freie Parameter sind die Maskenpotenzen (s.o.) 0.5, 0.52, 0.54, 0.56, 0.58 und 0.6 und jeweils verschieden starke Faltungen in azimutaler und radialer Richtung zur Glättung. Abbildung 9.9 zeigt die erhaltenen Objektautokorrelationen. In senkrechter Richtung sind die erhaltenen Autokorrelationen für die verschiedenen Maskenpotenzen aufgeführt und in horizontaler Richtung verschiedene Faltungs-Parameter.

Einfluß der Glättung

Wie erwartet unterscheiden sich die Autokorrelationen, die mit Powerspektren berechnet wurden, welche mit unterschiedlichen Faltungsparametern geglättet sind, kaum. In Abschnitt 10.1 ist zu sehen, daß bei der herkömmlichen Glättungsoperation dies nicht erfüllt ist, sondern daß verschieden große Faltungskerne ähnlich starke Veränderungen hervorrufen wie verschiedene Maskenpotenzen.

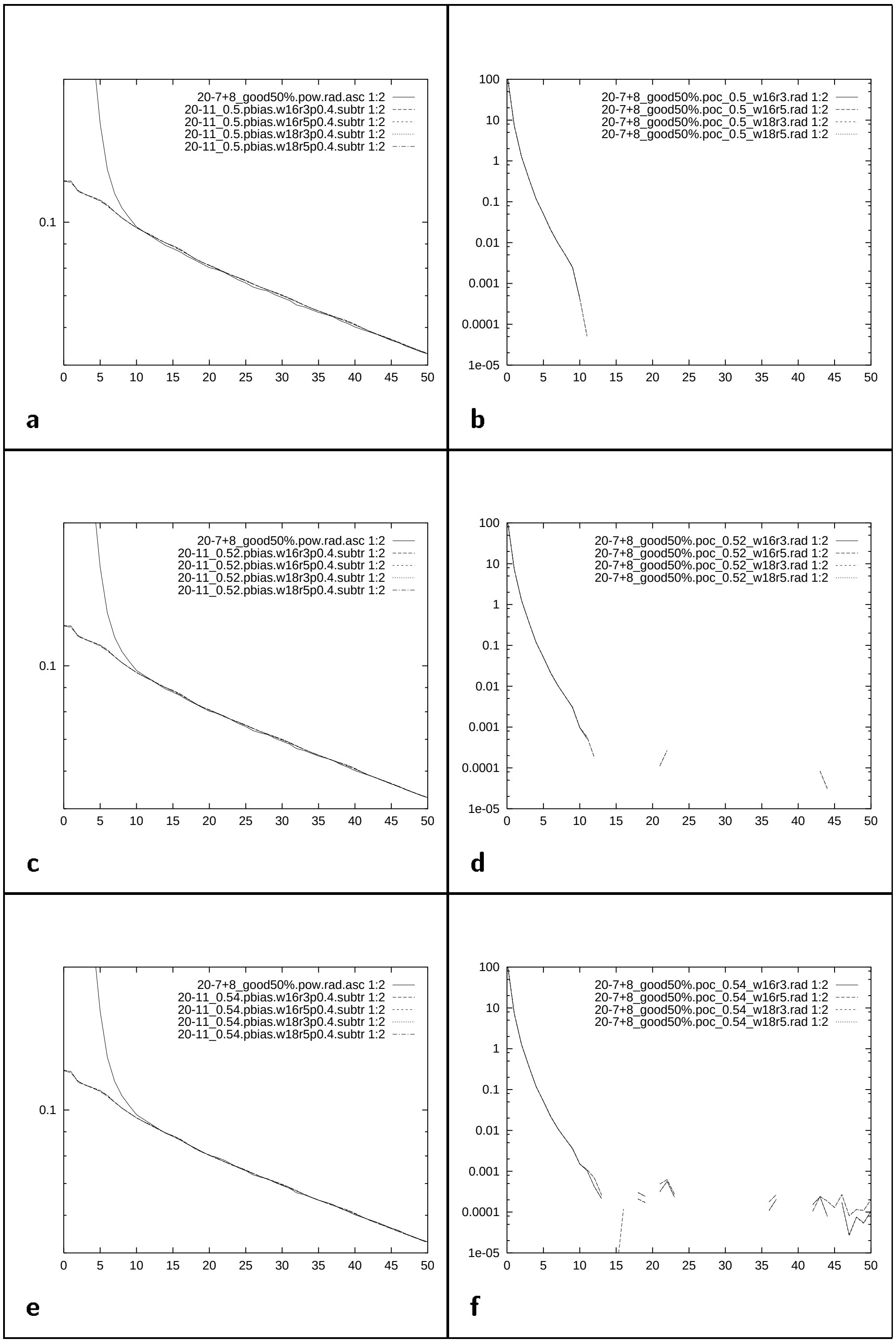

Abbildung 9.7: Plots zur Photon-Bias-Kompensation; a,c,e : Radialplots des unkompensierten Powerspektrums (20-7+8_good50%.pow.rad.asc) und der subtrahierten Photon-Bias-Formen; Maskenpotenzen 0.5 (a), 0.52 (c) und 0.54 (e); jeweils für verschiedene Faltungsparameter mit getrennt eindimensionaler Faltung in azimutaler und radialer Richtung. b,d,f : Radialplots der kompensierten Powerspektren; Parameter jeweils wie a,c,e .

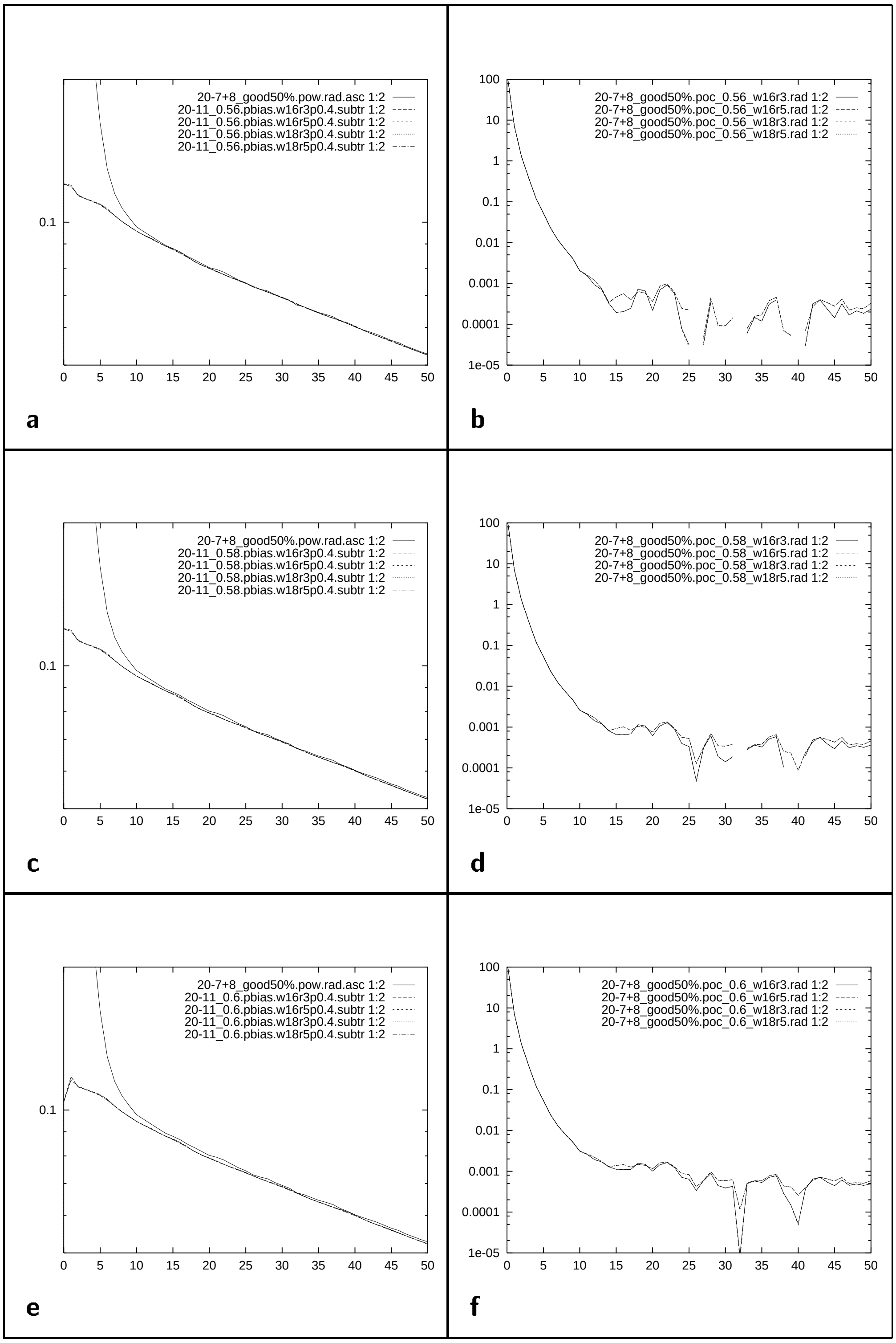

Abbildung 9.8: Plots zur Photon-Bias-Kompensation; a,c,e : Radialplots des unkompensierten Powerspektrums (20-7+8_good50%.pow.rad.asc) und der subtrahierten Photon-Bias-Formen; Maskenpotenzen 0.56 (a), 0.58 (c) und 0.6 (e); jeweils für verschiedene Faltungsparameter mit getrennt eindimensionaler Faltung in azimutaler und radialer Richtung. b,d,f : Radialplots der kompensierten Powerspektren; Parameter jeweils wie a,c,e .

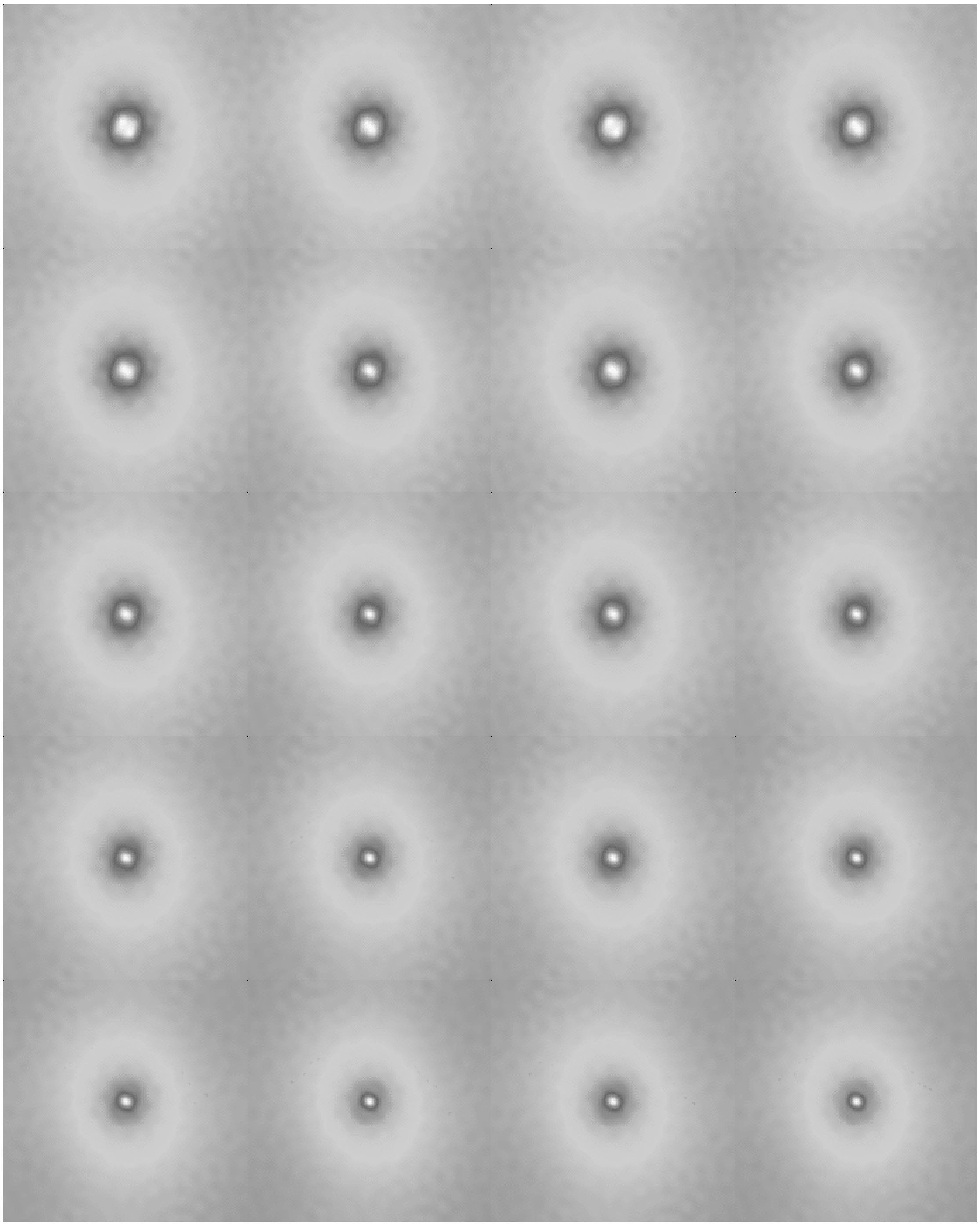

Abbildung 9.9: Objektautokorrelationen mit unterschiedlicher Photon-Bias-Kompensation; in senkrechter Richtung sind die verschiedenen Maskenpotenzen 0.5, 0.52, 0.54, 0.56 und 0.58 und in horizontaler Richtung verschiedene Faltungsparameter aufgetragen.

Einfluß der Maskenpotenzen

Wie schon an den Radialplots der kompensierten Powerspektren zu sehen war, ist die Photon-Bias-Form bei Maskenpotenz 0.5 zu hoch, es wird zuviel subtrahiert und das kompensierte Powerspektrum bricht schon bei kleinen Frequenzen ab. Dies äußert sich in den Autokorrelationen darin, daß nicht ein einzelner Zentralpeak entsteht, sondern die negativen Stellen bewirken im Zentrum ein Abfallen und es bilden sich zwei Peaks auf einer Vorzugsrichtung. Wie in Abschnitt 10.2 gezeigt wird, rührt diese Richtung von einer Elliptizität der Photon-Bias-Form her.
Mit zunehmender Maskenpotenz verschwinden die negativen Stellen im kompensierten Powerspektrum und somit auch die Doppelstruktur im Zentrum der Autokorrelation. Jedoch bleibt die Richtung der Doppelstruktur weiterhin erhalten. Im optimalen Fall erwartet man einen rotationsinvarianten Zentralpeak. Liegt noch Photonenbias unter dem kompensierten Powerspektrum im niederfrequenten Bereich, so sind die Werte im Powerspektrum zu hoch. Nach der Fouriertransformation entspricht dies Mulden in der Autokorrelation. Solche Mulden treten ab Potenz 0.54 auf und sind bei Potenz 0.58 deutlich zu sehen.
Da bei Potenz 0.54 jedoch noch negative Werte im kompensierten Powerspektrum auftreten, was dem länglichen Zentralpeak in der Autokorrelation entspricht, sich aber gleichzeitig schon die Mulde bildet, die auf zu wenig Subtraktion hindeutet, sieht man. daß sich die Photon-Bias-Kompensation in diesem Fall als sehr schwierig erweist.
Es liegt offenbar bei Frequenzen größer der Langzeitfrequenz (etwa 10) nur sehr wenig Objektinformation über dem Photonen-Bias. Leichte Änderungen der Photon-Bias-Form können schon negative Stellen im kompensierten Powerspektrum bewirken. Offenbar ist keine der generierten Photon-Bias-Formen ideal, bei einigen Frequenzen ist die Kompensation zu stark, bei anderen zu schwach. Es müssen also weiterhin mehrere Formen getestet und die Auswirkungen auf das rekonstruierte Bild untersucht werden. Es stellt sich heraus, daß die Änderungen in diesem eingeschränkten Bereich der Maskenpotenzen keinen großen Einfluß auf die Rekonstruktionen hat.

Da die Autokorrelationen in der schwarz-weiß-Darstellung nicht sehr kontrastreich gezeigt werden können und um ein quantitatives Bild zu geben, sind in Abbildung 9.10 waagerechte Schnitte durch die Bildzentren aufgetragen. Das Bild zeigt in (a) bis (f) die Schnitte durch Autokorrelationen, die fortlaufend den Bildern in Abbildung 9.9 entsprechen. Bei Maskenpotenz 0.5 und 0.52 ist deutlich die oben angesprochene Doppelstruktur zu erkennen. Ab Potenz 0.54 ist erwartungsgemäs ein einzelner Zentralpeak zu sehen. Mit zunehmender Maskenpotenz wird dieser Zentralpeak schmaler und nimmt in der Intensität relativ gegenüber der übrigen Struktur zu. Auch dies stimmt mit der Erwartung überein, denn bei höherer Maskenpotenz bleibt im niederfrequenten Bereich des Powerspektrums mehr stehen. Diese Entwicklung ist künstlich und sollte nicht stärker betrieben werden, als es für die nötige Veränderung der Photon-Bias-Form benötigt wird, um negative Stellen im kompensierten Powerspektrum zu vermeiden. Dieser Effekt der Verstärkung und Zentrierung des Zentralpeaks ist auch in den Abbildungen 9.9 zu erkennen.
Die oben angesprochene Ausbildung der Mulde ist in diesen Plots nicht zu erkennen, da die Richtung des Schnitts nicht mit der Vorzugsrichtung der Autokorrelation übereinstimmt.

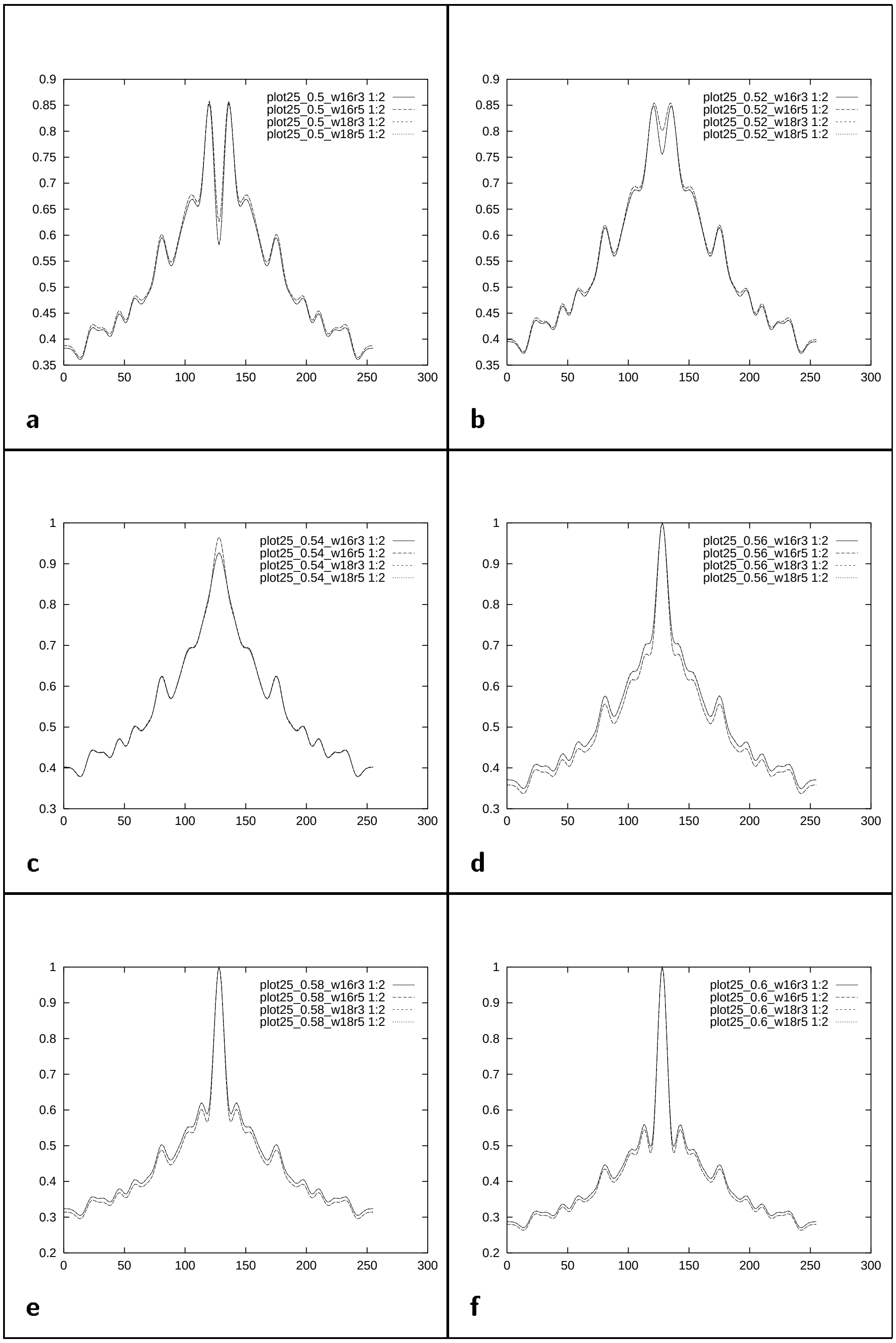

Abbildung 9.10: waagerechte Schnitte durch die Bildzentren der Autokorrelationen; berechnet mit verschieden Photon-Bias-kompensierten Powerspektren: Maskenpotenz 0.5 (a), 0.52 (b), 0.54(c), 0.56(d), 0.58 (e) und 0.6 (f); jeweils verschiedene Faltungsparameter bei der Glättung der Photon-Bias-Formen.

9.5 Berechnung der rekonstruierten Bilder

Zur Rekonstruktion der Bilder ist schon der Betrag der Objekt-Fouriertransformierten durch die Berechnung des Powerspektrums vorhanden. Es fehlt noch die Phase. Diese wird wie in Abschnitt 8.2.3 beschrieben, aus dem Bispektrum berechnet.

9.5.1 Kompensationen der Bias-Terme im Bispektrum

Die Bildverstärker-Terme werden kompensiert. Die Photonen-Bias-Kompensation wird mit den im vorigen Abschnitt ausgewählten Photon-Bias-Formen vorgenommen. Es werden Photon-Bias-Formen verwendet, die mit Maskenpotenzen 0.54, 0.56 und 0.58 berechnet und mit verschiedenen Faltungsparametern geglättet wurden.

9.5.2 Bestimmung der Mindestlänge

Es werden testweise Rekonstruktionen mit verschiedenen Mindestlängen zwischen 2 und 8 im Frequenzraum gerechnet. Die erhaltenen Bilder unterscheiden sich kaum, daher wird eine mittlere Mindestlänge von 4 ausgewählt. Sie wird nicht zu gering gewählt, da bekannt ist, daß Bispektrumselemente kleiner Vektoren noch mit BVS-Bias-Termen behaftet sind, und nicht zu groß, da kaum Auswirkungen bemerkbar sind.

9.5.3 Bestimmung der Startfrequenz

Wegen der Wahl der Mindestlänge ist die minimale Startfrequenz 4. Es werden testweise Rekonstruktionen mit Startfrequenz 4, 6 und 8 berechnet. Eine Darstellung der Phase der Fouriertransformierten des Langzeitbildes zeigt, daß die Langzeit-Bild-Phase etwa bis Frequenz 8 zuverlässig ist. Die erhaltenen Bilder zeigen wenig Unterschiede.
Da zu diesem Objekt keine Vergleichsmessungen vorliegen, mit denen man die Zuverlässigkeit der Rekonstruktion beurteilen könnte, wird eine möglichst weitgehende Unabhängigkeit vom Langzeitbild angestrebt, damit die Rekonstruktion mit dem Langzeitbild verglichen werden kann. Daher wird als Startfrequenz 4 gewählt.

9.5.4 Festlegung der Beugungsgrenze

Es werden Bilder bis zur Frequenz 16, 18, 20 und 25 berechnet. Anhand des Rauschens wird Beugungsgrenze 18 gewählt.

9.5.5 Entscheidung der Photon-Bias-Form

Es werden verschiedene Rekonstruktionen berechnet, die sich in der Photon-Bias-Kompensation des Power- und Bispektrums unterscheiden. Dabei wurden Photon-Bias-Formen zu Maskenpotenzen 0.54, 0.56 und 0.58 mit verschiedenen Faltungsparametern verwendet. Die Unterschiede aufgrund unterschiedlicher Faltungsparameter sind zu vernachlässigen, die aufgrund der unterschiedlichen Maskenpotenzen gering. Da in der Kompensation des Powerspektrums die Potenz 0.54 viele negative Stellen hervorruft und sich bei 0.58 eine Mulde zu bilden beginnt, die auf zu schwache Kompensation hinweist, wird das Bild zu Maskenpotenz 0.56 ausgewählt.

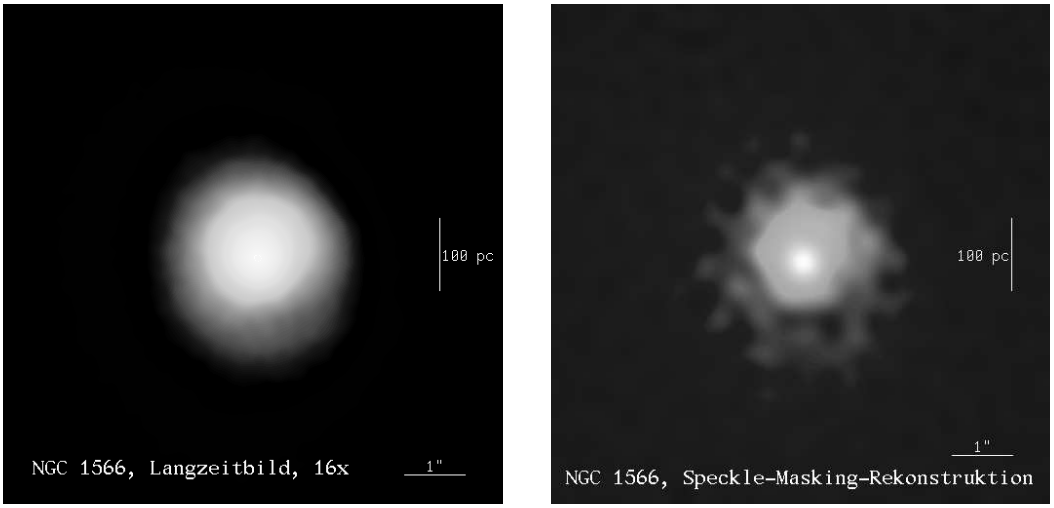

Abbildung 9.11: Speckle-Masking-Rekonstruktion der Seyfert-1-Galaxie NGC 1566 (rechts) im Vergleich zum zentrierten Langzeitbild (links)

9.5.6 Erhaltene Rekonstruktion

Abbildung 9.11 zeigt das rekonstruierte Bild im Vergleich zum Langzeitbild. Im zentrierten Langzeitbild ist lediglich eine globale Struktur in der Größenordnung von etwa $1\farcs5$ bis 2” zu erkennen; das mit Hilfe der Speckle-Masking-Methode rekonstruierte Bild hingegen zeigt eine innere Struktur in einer Größe von etwa $0\farcs5$ bis 1” . Die Eichung in parsec ist wiederum mit Hilfe der in [Bo92] angegebenen Entfernung von 17.4 Mpc vorgenommen worden.

9.6 Diskussion des Ergebnisses

Abbildung 9.12 zeigt einen quantitativer Plot der Galaxie mit Contour-Flächen. In den inneren 50 Pixel ($0\farcs8$ bzw. 80pc) fällt die Intensität auf die Hälfte ab und die Isophoten sind in etwa der gleichen Richtung elliptisch und zeigen ein nicht weiter aufgelöstes Zentralgebiet. Zwischen 50 und etwa 130 Pixeln , also in einer Ausdehnung bis etwa 2” oder 170 pc, was etwa der Auflösung des Langzeitbildes entspricht, fällt die Intensität auf etwa 25 % des Maximalwertes ab, und die Isophoten zeigen deutlich eine Struktur. Weiter außen ist die Intensität so klein, daß nicht mit Sicherheit Struktur von Rauschen zu trennen ist.

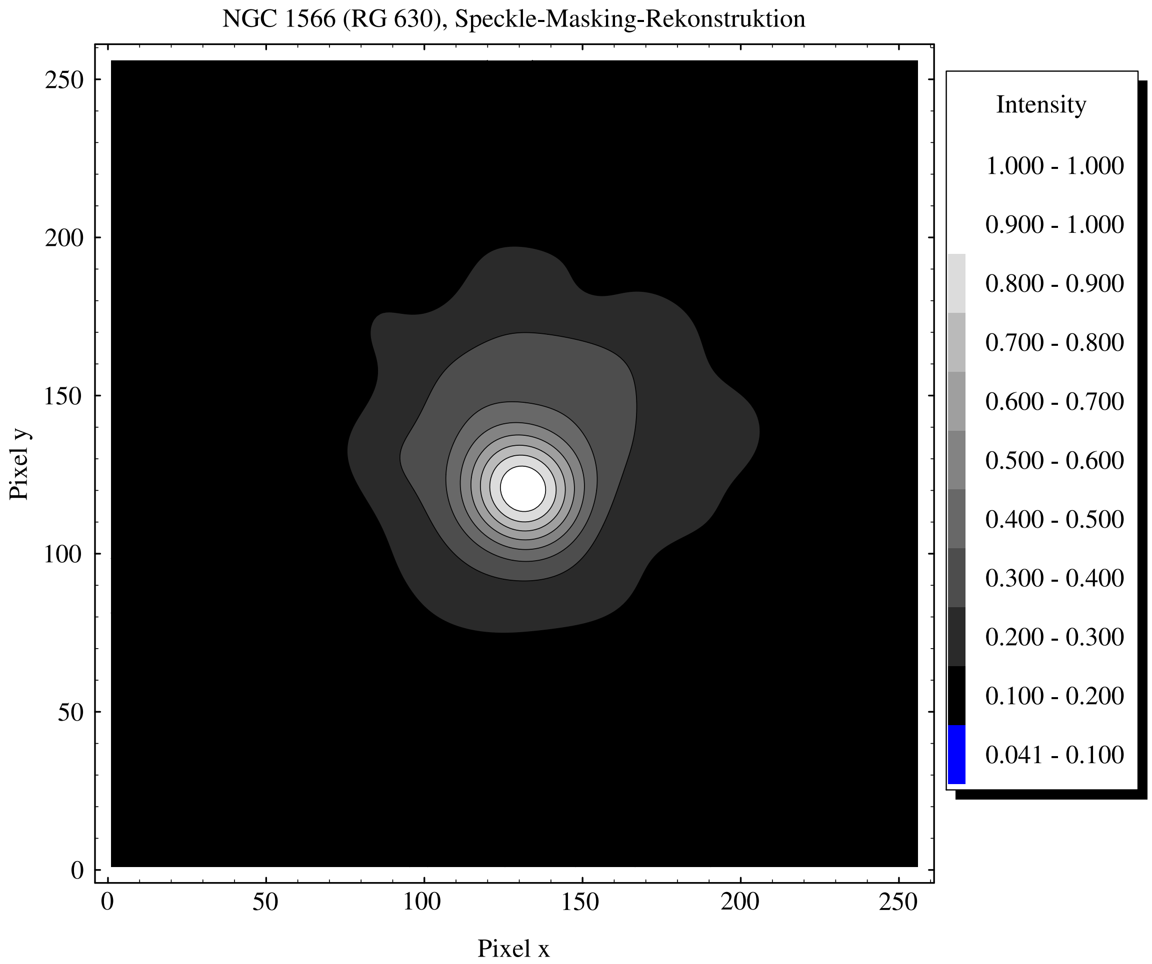

Abbildung 9.12: Contour-Plot der Speckle-Masking-Rekonstruktion von NGC 1566; Ein Pixel entspricht $0\overset{''}{.}016$ oder 1.33 pc , das gesamte Bildfeld (256 Pixel) $4\overset{''}{.}1$ bzw. 341 pc .

10. Methodische Untersuchungen zum Photonen-Bias

Bei der Verarbeitung der Galaxie NGC 1566 in Kapitel 9 sind zwei größere Punkte aufgefallen, die genauer untersucht wurden.
Bei der bisherigen Faltung der Photon-Bias-Formen Glättung wird nicht nur die Glättung erreicht, sondern mit zunehmend größerem Faltungskern eine stärker werdende Änderung der Form der Photon-Bias-Form. Dieses Phänomen ist jedoch unerwünscht. Daher wurde ein neues Verfahren zur Glättung entwickelt, das die Form der Photon-Bias-Form nicht ändert.
Zum anderen tauchte die Frage auf, welchen Einfluß auf die Rekonstruktion es hat, wenn die Flatfield-Daten nicht direkt vor oder nach dem Objekt aufgenommen wurden, sondern zeitlich versetzt. Damit zusammenhängend wird untersucht, wie stark sich Photon-Bias-Formen unterscheiden, die aus zeitlich getrennten Flatfield-Aufnahmen berechnet wurden und welchen Einfluß diese Unterschiede auf die Rekonstruktion haben.

10.1 Einfluß der Faltung der Photon-Bias-Form zur Glättung auf die Rekonstruktion

Zunächst soll das erste der oben erwähnten Probleme untersucht werden. In Abschnitt 9.4.1 wurde schon erwähnt und in Abbildung 9.6 gezeigt, daß die bisher übliche Faltung der Photon-Bias-Formen mit einem zweidimensionalen gaußförmigen Kern die Photon-Bias-Formen nicht nur glättet sondern daß sie im niederfrequenten Bereich stark zu kleineren Werten hin abknicken. Abbildung 10.1 zeigt nochmals dieses Phänomen in linearer Darstellung bis Frequenz 60. Die Abweichung der Formen voneinander beträgt in diesem Beispiel maximal etwa 15 %.

10.1.1 Beschreibung des neuen Verfahrens

Für die Entwicklung eines neuen Verfahrens gibt es zwei Ansätze. Die erhaltenen Photon-Bias-Formen ändern sich in radialer Richtung sehr viel stärker als in azimutaler. Das bedeutet, die Faltung kann hier stärker gewählt werden. Zum anderen tritt die Abflachung hauptsächlich in den inneren Bereichen auf, was bedeutet, daß der Faltungskern hier weniger groß gewählt werden sollte als in den äußeren Bereichen. Als Lösung bietet sich an, die Faltung nicht mit einem zweidimensionalen Kern durchzuführen, sondern getrennt in azimutaler und radialer Richtung mit einem je eindimensionalen Faltungskern. Die Breite der Faltungskerne sollte dabei von außen nach innen abnehmen.
Die technische Funktionsweise wird in Anhang B beschrieben.

10.1.2 Ergebnisse der Faltung und Auswirkung auf die Form der Photon-Bias-Form

Hier wird zunächst gezeigt, daß das Programm tatsächlich funktioniert und eine Glättung bewirkt und sodann, daß die Form der Photon-Bias-Formen unempfindlich gegenüber den Glättungsparametern ist.

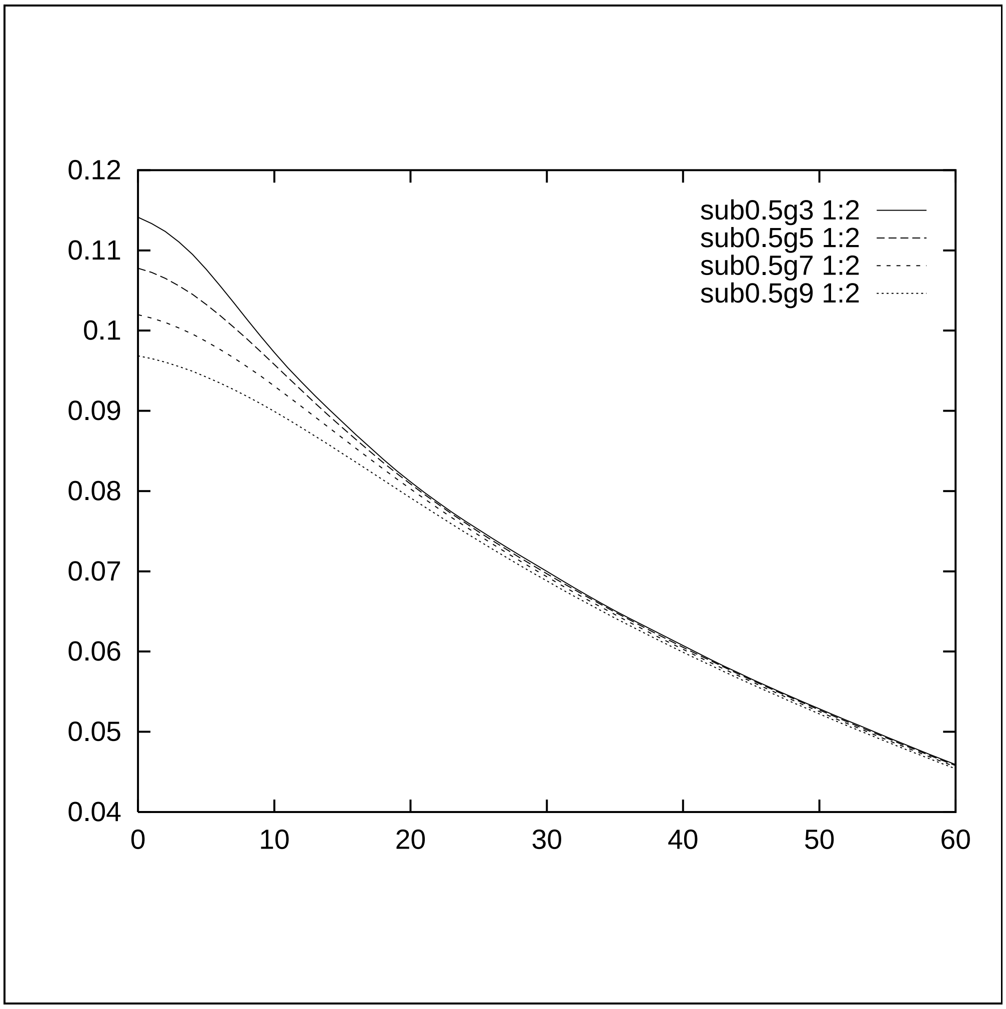

Abbildung 10.1: Radialplots der angepaßten Photon-Bias-Formen, die mit gaußförmigem Kern gefaltet sind.

Ergebnisse der Faltung

Es werden von einer Photon-Bias-Form Glättungen mit vier verschiedenen Faltungsparametern gerechnet. Die Größe von σ für die Winkel-Faltung beträgt am Bildrand $w = 16$ Grad und $w = 18$ Grad, die für die Radial-Faltung $r = 3$ Pixel und $r = 5$ Pixel. Mithilfe der Koordinatentransformation in Polarkoordinaten werden Schnitte durch gefaltete Photon-Bias-Formen entlang konzentrischer Kreise sowie entlang von Radiallinien berechnet und geplottet.

Schnitte entlang konzentrischer Kreise Abbildung 10.2 zeigt Schnitte bei Radius 10,50,100 und 200. Es ist deutlich der Glättungserfolg zu sehen.

Schnitte entlang von Radiallinien Abbildung 10.3 zeigt die Schnitte bei 4 verschiedenen Winkeln. Auch hier ist der Glättungseffekt zu sehen; im inneren Bereich ist die Breite des

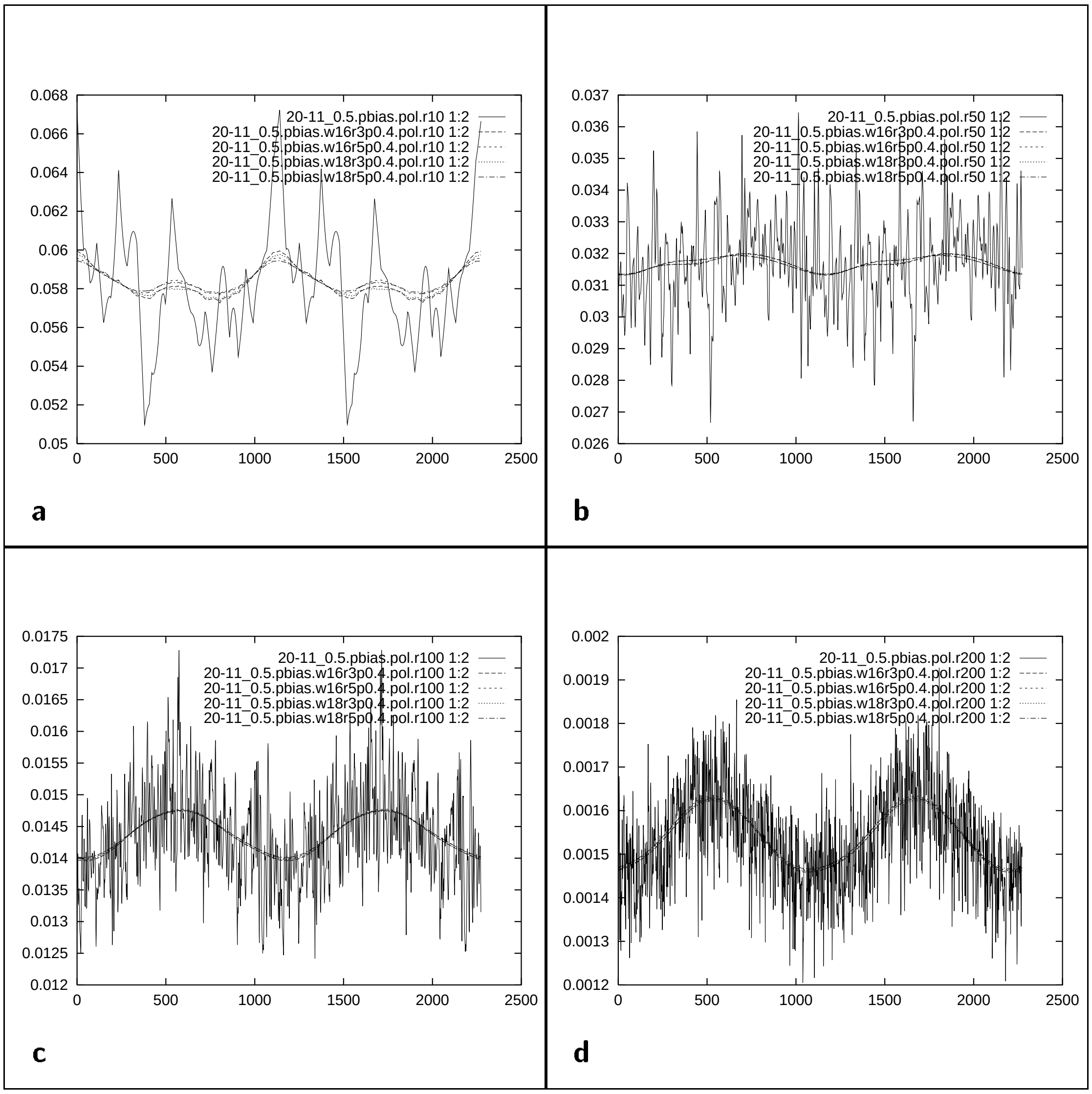

Abbildung 10.2: Schnitte entlang konzentrischer Kreise durch die ungeglättete und mit verschiedenen Parametern geglättete Photon-Bias-Form; bei Radius 10 (Bild a), 50 (Bild b), 100 (Bild c) und 200 (Bild d).

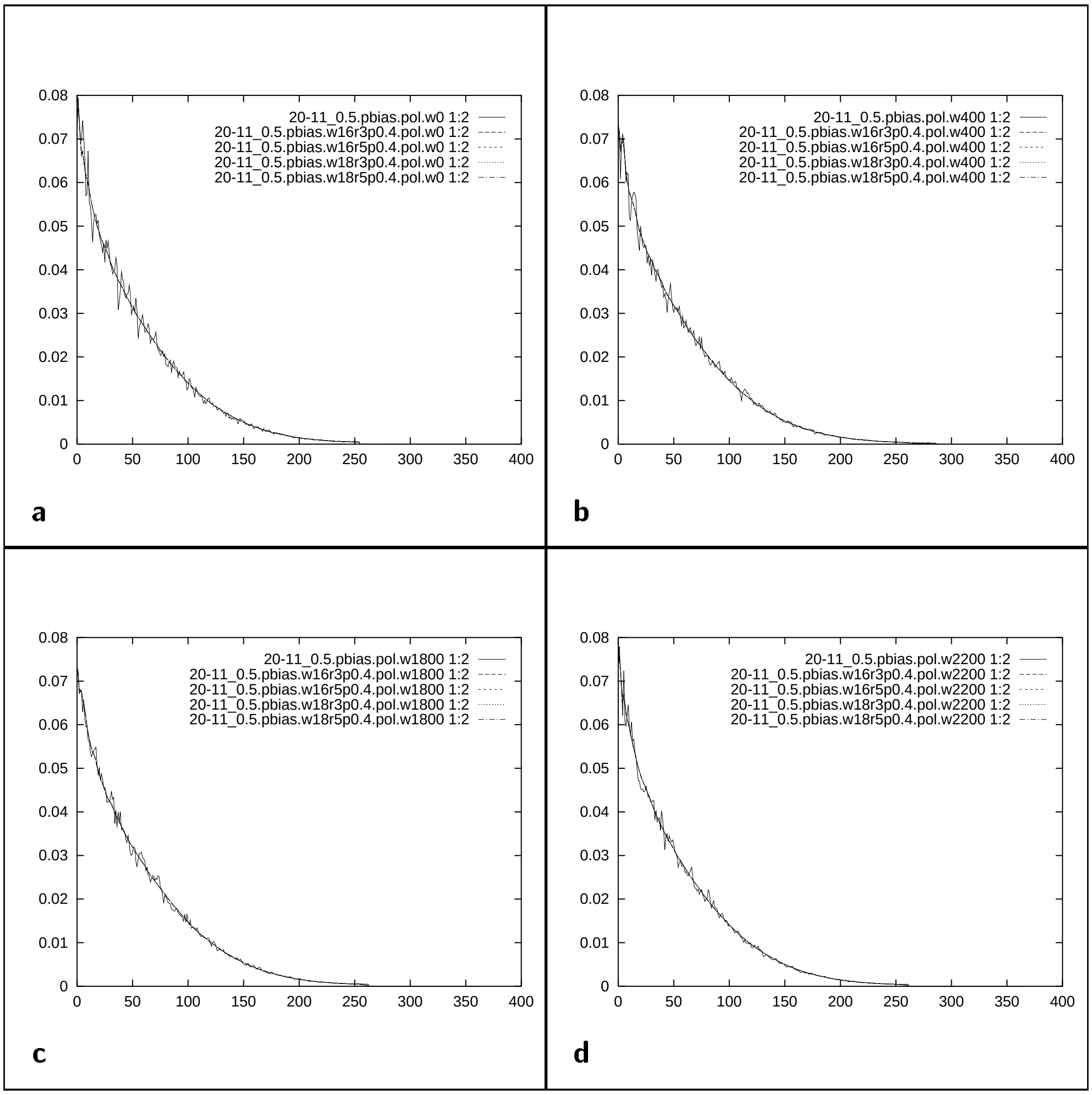

Abbildung 10.3: Schnitte entlang von Radiallinien durch die ungeglättete und mit verschiedenen Parametern geglättete Photon-Bias-Form; bei vier verschiedenen Winkeln

Faltungskerns sehr klein, daher sind in den inneren Pixeln noch Unebenheiten zu sehen. Dies wirkt sich jedoch nicht auf die Autokorrelationen und Rekonstruktionen aus.

10.1.3 Auswirkung auf Autokorrelation und Rekonstruktion

Hier sollen nun die Autokorrelationen und Rekonstruktionen, die mit den Photon-Bias-Formen berechnet wurden, die mit dem neuen Verfahren geglättet sind, mit denen verglichen werden, die mit dem alten Verfahren geglättet sind. Man erwartet, daß die Faltungsparameter beim neuen Verfahren keinen großen Einfluß auf die Ergebnisse haben.

Einfluß auf die Autokorrelationen

altes Verfahren Da die Faltung mit dem alten Verfahren die Photon-Bias-Formen nicht nur glättete, sondern sie auch im niederfrequenten Bereich senkte, war der durch größere Faltungskerne hervorgerufene Effekt ähnlich dem aufgrund höherer Maskenpotenzen. Abbildung 10.4 zeigt die verschiedenen Autokorrelationen, die mit dem alten Verfahren erhalten wurden. Es fällt auf, daß die verschiedenen Autokorrelationen, die mit unterschiedlichem Faltungsparameter erhalten wurden und hier im Bild nebeneinander stehen, sich stark voneinander unterscheiden. Es treten bei einer Maskenpotenz (verschiedene Maskenpotenzen stehen hier untereinander) alle Phänomene auf, die in Kapitel 9.4.2 beschrieben wurden, vom Doppelpeak im Inneren bis zu dunklen Ringen.
In Kapitel 9.4.2 wurden auch die mit dem neuen Verfahren gewonnenen Objekt-Autokorrelationen gezeigt (Abbildung 9.9). Hier sind die Unterschiede aufgrund verschiedener Faltungsparameter sehr viel geringer.
Ein Schnitt durch die Autokorrelationen zeigt dies noch deutlicher. In Abbildung 10.5 sind bei den Maskenpotenzen 0.5 und 0.56 Schnitte durch die Autokorrelationen dargestellt, die mit verschiedenen Faltungsparametern berechnet wurden. Die beiden oberen Bilder zeigen die mit dem neuen Verfahren erhaltenen Autokorrelationen, die beiden unteren die mit dem alten Verfahren erhaltenen.

Einfluß auf die Rekonstruktion

Wie zu erwarten, haben die verschiedenen Faltungen der Photon-Bias-Form auch Einfluß auf die erhaltenen Rekonstruktionen. Abbildung 10.6 zeigt Rekonstruktionen zu der Maskenpotenz 0.54, wobei die Photon-Bias-Form mit einem gaußförmigen Faltungskern der Breite σ=7 Pixel gefaltet wurde, zur Maskenpotenz 0.56, mit σ = 7 und 9 Pixel und zur Maskenpotenz 0.58 mit σ =9. Die wahrscheinlich beste Maskenpotenz war 0.56. Es ist zu sehen, daß sich die erhaltenen Rekonstruktionen voneinander unterscheiden, vor allem im Auftreten des rechten Arms. Auch die beiden Rekonstruktionen zur Maskenpotenz 0.56 unterscheiden sich hierin.
Abbildung 10.7 zeigt die mit Hilfe des neuen Verfahrens erhaltenen Rekonstruktionen für die gleichen Maskenpotenzen. Hier ist zu sehen, daß die Unterschiede weniger stark sind und sich insbesondere die beiden Rekonstruktionen zur Maskenpotenz 0.56 kaum unterscheiden.

10.2 Einfluß von zeitlich getrennten Flatfield-Aufnahmen auf Photon-Bias-Form und Rekonstruktion

In Abschnitt 9.4.2 war zu sehen, daß bei zu starker Kompensation im niederfrequenten Bereich kein Zentralpeak auftritt sondern dieser in zwei Peaks zerfällt, die auf einer bestimmten Vorzugsrichtung liegen. Diese Richtung bleibt auch bei besseren Kompensationen als Länglichkeit erhalten. Die Frage ist, woher diese Richtung kommt, ob sie Objektinformation beinhaltet oder ob sie ein Artefact ist. Falls letzteres der Fall ist, ist zu untersuchen, welchen Einfluß sie auf die Rekonstruktion hat. Die Länglichkeit kann entweder Objektinformation sein oder durch falsche Photon-Bias-Kompensation oder durch Kompensation der Speckle-Interferometrie-Übertragungsfunktion zustande kommen. Dies wird zunächst untersucht.

10.2.1 Herkunft der Länglichkeit in der Objekt-Autokorrelation

Zunächst wird untersucht, ob die Länglichkeit durch eine ovale Speckle-Interferometrie-Übertragungsfunktion zustande gekommen ist. Dazu werden die zweidimensionalen Bilder der kompensierten Powerspektren betrachtet, wo schwach ein Streifensystem zu erkennen ist, das senkrecht zu der zu untersuchenden Länglichkeit in den Autokorrelationen liegt. Dieses könnte für die Länglichkeit verantwortlich sein. Daraufhin wird nicht mit der zweidimensionlen ursprünglichen Übertragungsfunktion kompensiert, sondern von dieser wird ein mittlerer Radialplot gebildet, der wieder aufgespreizt wird, womit die nun erhaltene Funktion rotationssymmetrisch ist. Bei Kompensation mit dieser bleibt die Länglichkeit und deren Richtung erhalten. Dies beweist, daß die Übertragungsfunktion nicht als Ursache in Frage kommt. Es bleiben also noch die Photon-Bias-Form und tatsächliche Objekt-Struktur als Möglichkeiten übrig. Als nächstes werden von den erhaltenen Photon-Bias-Formen ebenso wie vorher von den Übertragungsfunktionen gemittelte Radialplots berechnet und diese wieder aufgespreizt. Es zeigt sich, daß die kompensierten Powerspektren nun stark oval werden, was darauf hindeutet, daß die Photon-Bias-Formen nicht rund sondern elliptisch sind und für die Länglichkeit verantwortlich sind.
Jedoch kann bei einem so ausgedehnten Objekt[1] wie der zu bearbeitenden Galaxie nicht gesagt werden, ob die Photon-Bias-Form tatsächlich diese Gestalt haben muß und ob die Länglichkeit in der Autokorrelation nicht auch Objektinformation sein kann.
Dazu ist es interessant zu wissen, ob man davon ausgehen kann, daß die gemessene Photon-Bias-Form auch tatsächlich dieselbe ist, die unter den Daten liegt, vor allem, ob die Richtung der Elliptizität erhalten bleibt. Dazu wird untersucht, ob die Form von Photon-Bias-Formen aus Flatfield-Datensätzen, die zeitlich versetzt aufgenommen wurden, erhalten bleibt. Denn wenn dies nicht erfüllt ist, ist auch nicht anzunehmen, daß die Form von Flatfield-Aufnahme bis zur Objekt-Aufnahme erhalten bleibt. Dazu werden Photon-Bias-Formen zusätzlich aus Flatfield-Daten berechnet, die zwar in der gleichen Nacht, jedoch zu einem späteren Zeitpunkt aufgenommen wurden. Um die Elliptizität zu untersuchen, werden bei sämtlichen Photon-Bias-Formen Koordinatentransformationen in Polarkoordinaten durchgeführt und eine Kreislinie außerhalb der Beugungsgrenze (bei Radius 130 Pixel) betrachtet. In Abbildung 10.8 ist jeweils die Intensität der Photon-Bias-Form gegen den Winkel aufgetragen. Bei einem radialsymmetrischen Winkelverlauf erwartet man eine Gerade, bei einem elliptischen Verlauf eine sinusförmige Funktion, deren Amplitude ein Maß für die Elliptizität ist und deren Winkelkoordinate des Maximums die Richtung der Elliptizität angibt. Die Photon-Bias-Formen zu den Maskenpotenzen

[1] bei einfacheren Objekten wie einzelnen Sternen oder Sternhaufen erwartet man immer einen runden Autokorrelationspeak in der Mitte des Bildes, der keine Länglichkeit aufweisen darf

0.5, 0.52, 0.54 und 0.56 werden jeweils zu beiden Flatfield-Datensätzen betrachtet. Dabei zeigt sich, daß die Photon-Bias-Formen, die aus den später aufgenommenen Flatfield-Daten berechnet wurden, um etwa 7% stärker elliptisch sind und daß die Richtung der Elliptizität sich um etwa 10 Grad gedreht hat.

Um die Auswirkungen dieses Phänomens zu untersuchen, werden auch mit diesen Photon-Bias-Formen Autokorrelationen und Rekonstruktionen berechnet.

10.2.2 Auswirkung auf die Autokorrelation

Die Untersuchungen wurden vor Entwicklung des neuen Glättungsverfahrens gemacht, sind also noch anhand der Ergebnisse des alten vorgenommen, was aber auf diese Untersuchung keinen Einfluß haben sollte. Abbildung 10.9 zeigt in der linken Spalte die Autokorrelationen, die mit den Flatfield-Daten gerechnet wurden, die direkt nach dem Objekt aufgenommen wurden und in der rechten Spalte diejenigen, die aus den später aufgenommenen Flatfield-Daten erzeugt wurden. In allen Bildern sind die Photon-Bias-Formen mit einem zweidimensionalen gaußförmigen Kern der Breite σ=5 Pixel gefaltet worden. Bei den Autokorrelationen zu je einem Flatfield-Datensatz existiert bei allen Maskenpotenzen ein länglicher Zentralpeak, dessen Richtung konstant ist. Die beiden Vorzugsrichtungen sind aber nicht gleich, sondern mit den später aufgenommenen Flatfield-Daten dreht sie sich um einige Grad in Uhrzeigerrichtung.

Man muß also annehmen. daß die längliche Zentralstruktur, zumindest aber ihre Richtung, keine Objektinformation beinhaltet, sondern ein Artefact ist, das sich daraus ergibt, daß die Photon-Bias-Form nicht aus den Objekt-Daten direkt bestimmt werden kann, sondern aus zeitlich vorher oder nachher aufgenommenen Flatfield-Daten. Auf diese Weise treten Photon-Bias-Formen unterschiedlicher Elliptizität in Stärke und Form auf.

10.2.3 Auswirkung auf die Rekonstruktion

Als nächstes ist zu untersuchen, welche Auswirkungen das Phänomen auf die rekonstruierten Bilder hat. Abbildung 10.10 zeigt in der linken Spalte verschiedene Rekonstruktionen aus den ersten Flatfield-Daten und die rechte Spalte die entsprechenden aus den später aufgenommenen Flatfield-Daten. Es zeigt sich, daß das in den Autokorrelationen deutlich zu bemerkende Phänomen in den Rekonstruktionen kaum Einfluß hat. Unterschiede aufgrund der zeitlich versetzt aufgenommenen Flatfield-Daten sind kaum zu bemerken, sie sind wesentlich geringer als die aufgrund unterschiedlicher Maskenpotenzen und machen innerhalb der Unsicherheiten, die sich in der gesamten Verarbeitung ergeben, nur einen kleinen Teil aus.

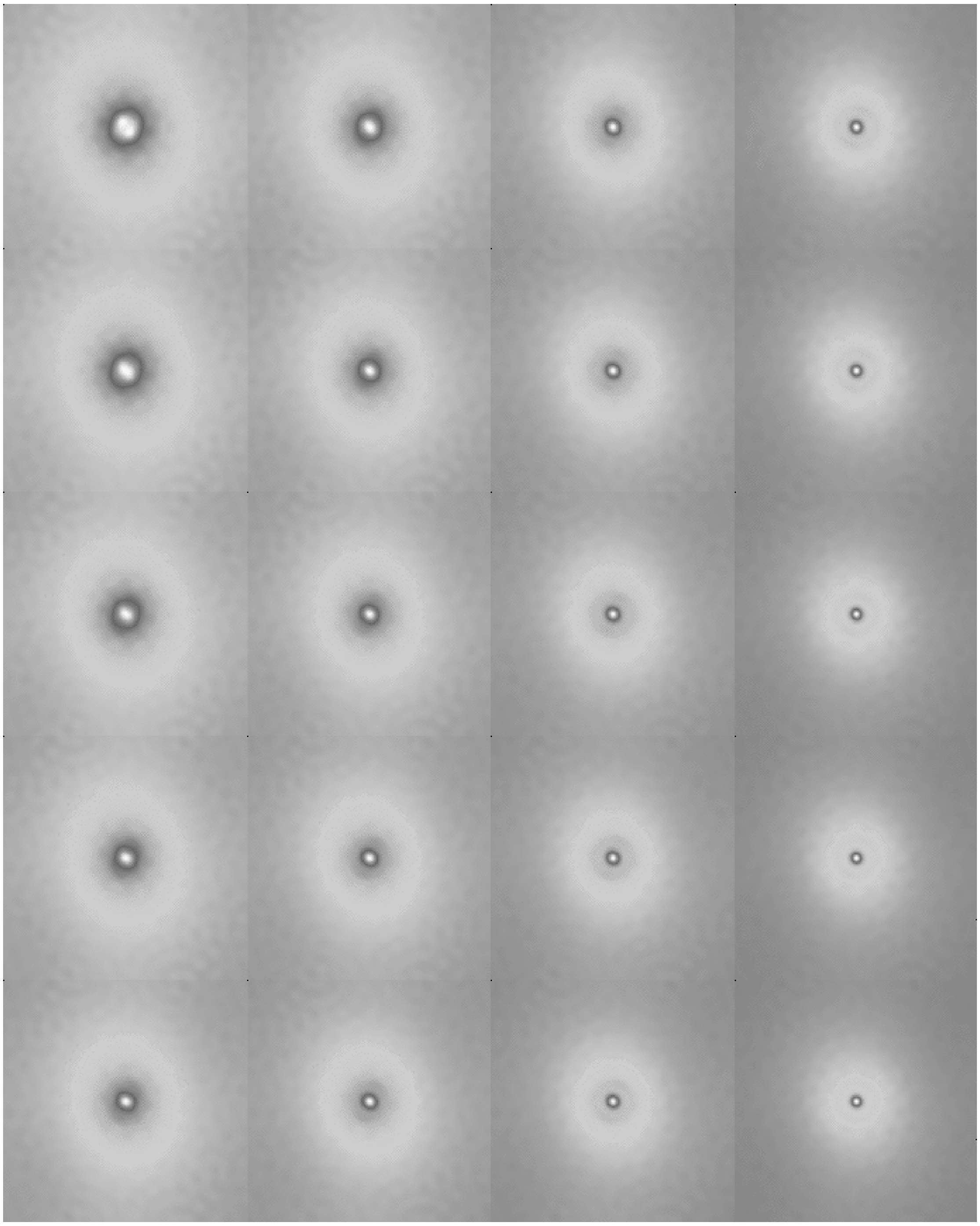

Abbildung 10.4: Objekt-Autokorrelationen, die mit dem alten Verfahren gewonnen wurden; in x-Richtung sind verschiedene Faltungsparameter aufgetragen und in y-Richtung verschiedene Maskenpotenzen

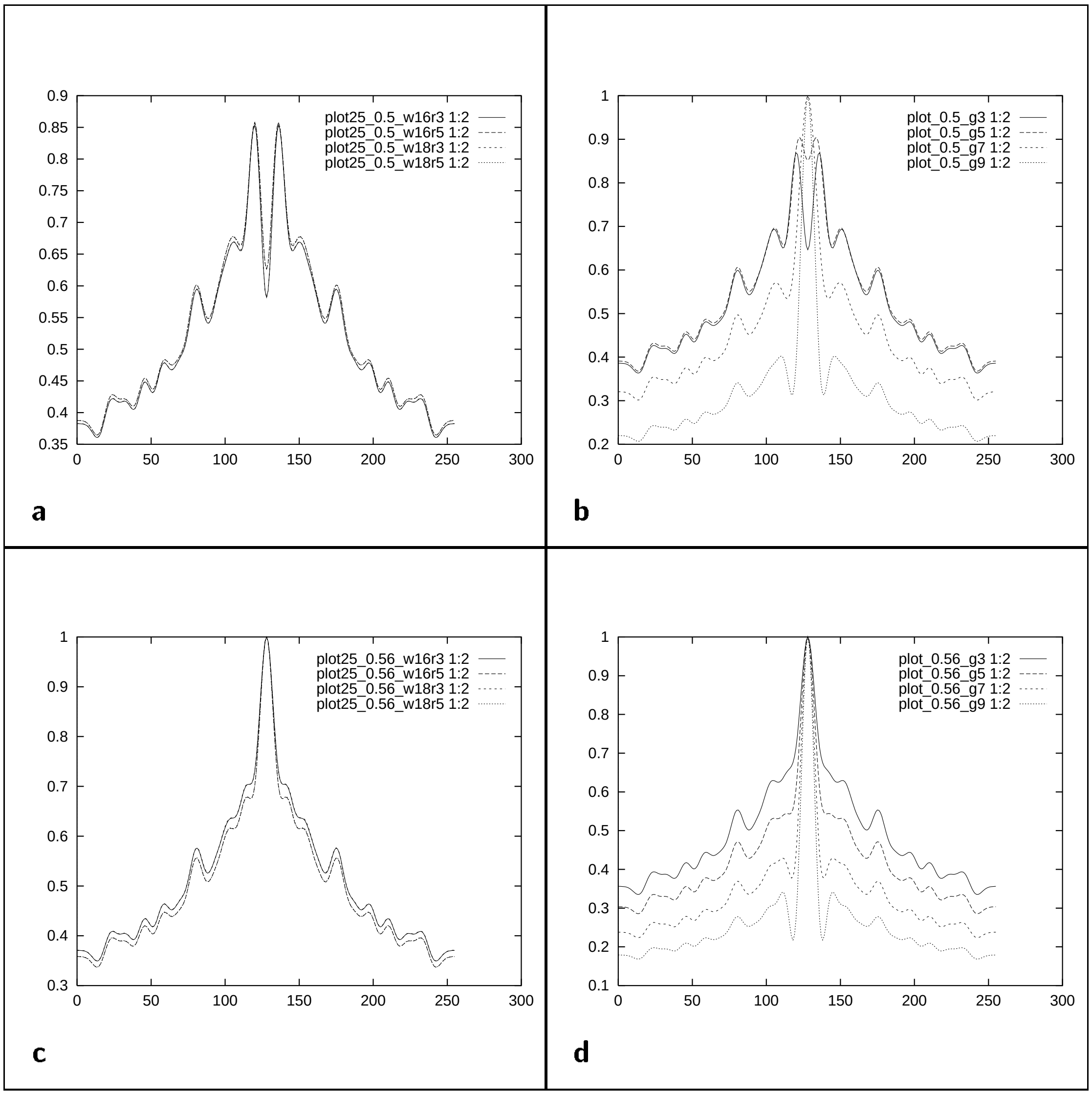

Abbildung 10.5: horizontale Schnitte durch Autokorrelationen. Bild a : neues Verfahren, Maskenpotenz 0.5, verschiedene Faltungsparameter; Bild b : altes Verfahren, sonst wie a; Bild c : neues Verfahren, Maskenpotenz 0.56, verschiedene Faltungsparameter; Bild d : altes Verfahren, sonst wie c.

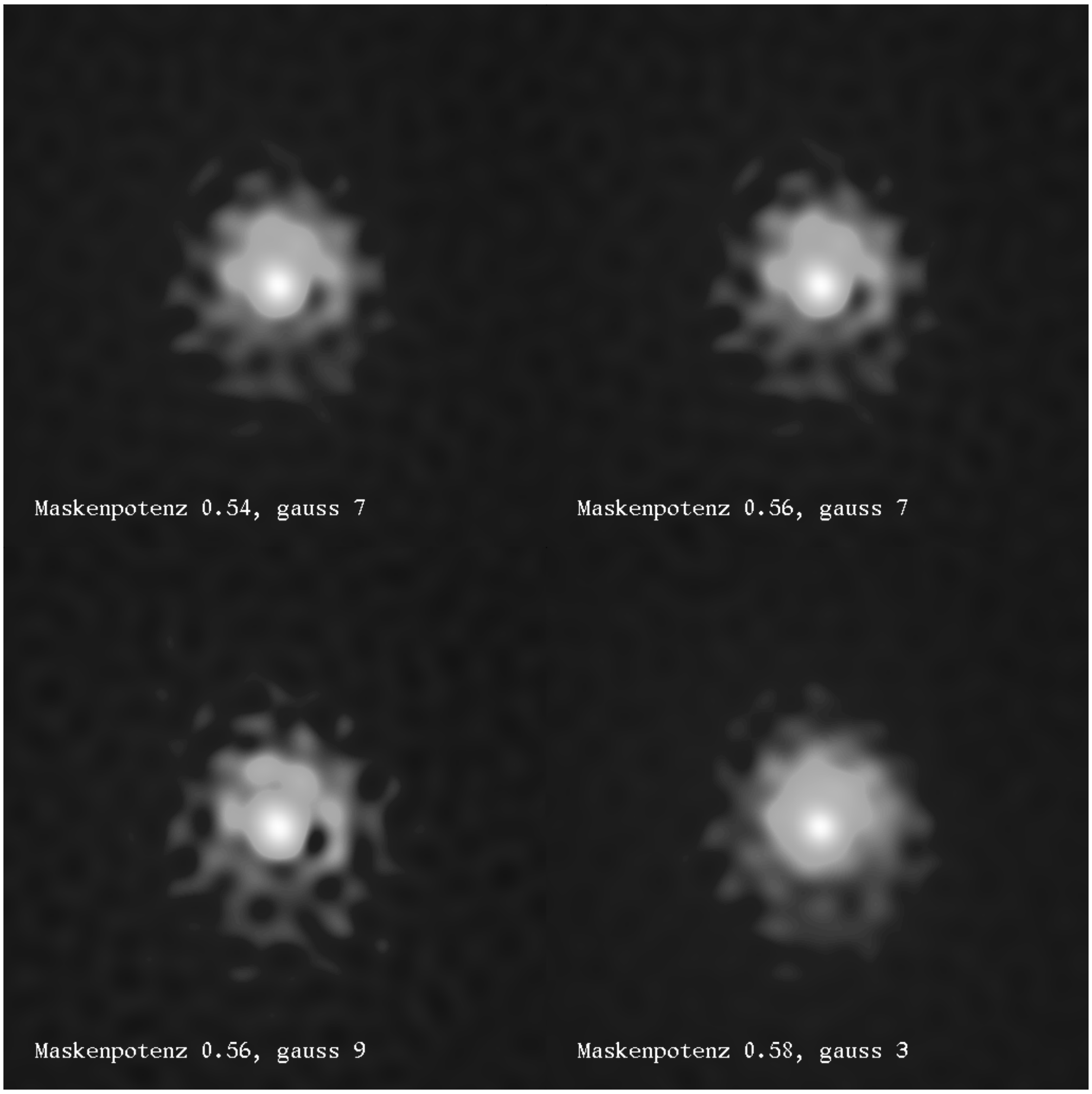

Abbildung 10.6: Rekonstruktionen mit Hilfe des alten Faltungsverfahrens zu verschiedenen Maskenpotenzen und Faltungsparametern

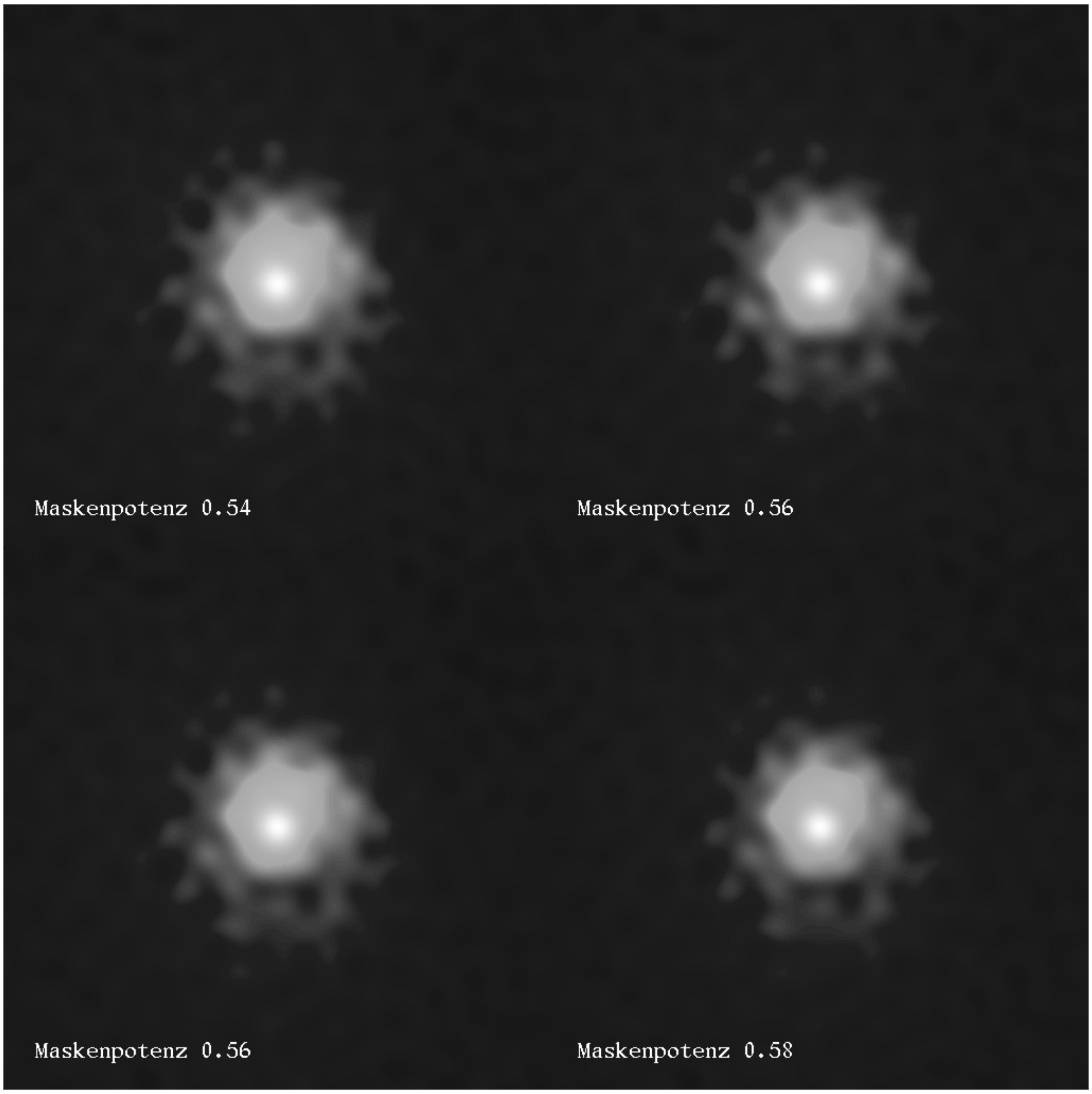

Abbildung 10.7: Rekonstruktionen mit Hilfe des neuen Verfahrens zu verschiedenen Maskenpotenzen und Faltungsparametern

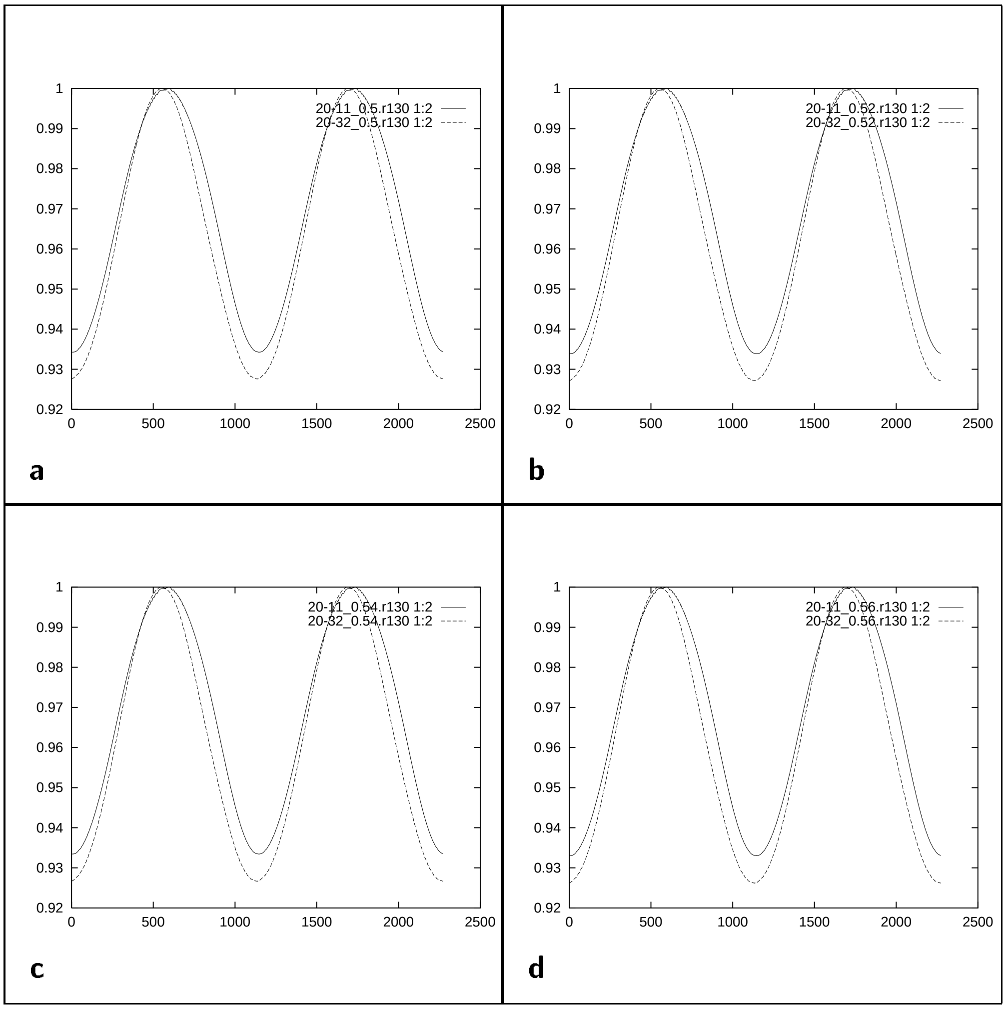

Abbildung 10.8: Vergleich der Elliptizitäten der beiden zeitlich versetzten Photon-Bias-Formen. Es sind die Intensitäten der Photon-Bias-Formen gegen den Winkel bei Radius 130 aufgetragen. Bild a zeigt Maskenpotenz 0.5, Bild b 0.52, Bild c 0.54 und Bild d 0.56. In dieser Darstellung entsprechen 6.3 Pixel 1 Grad.

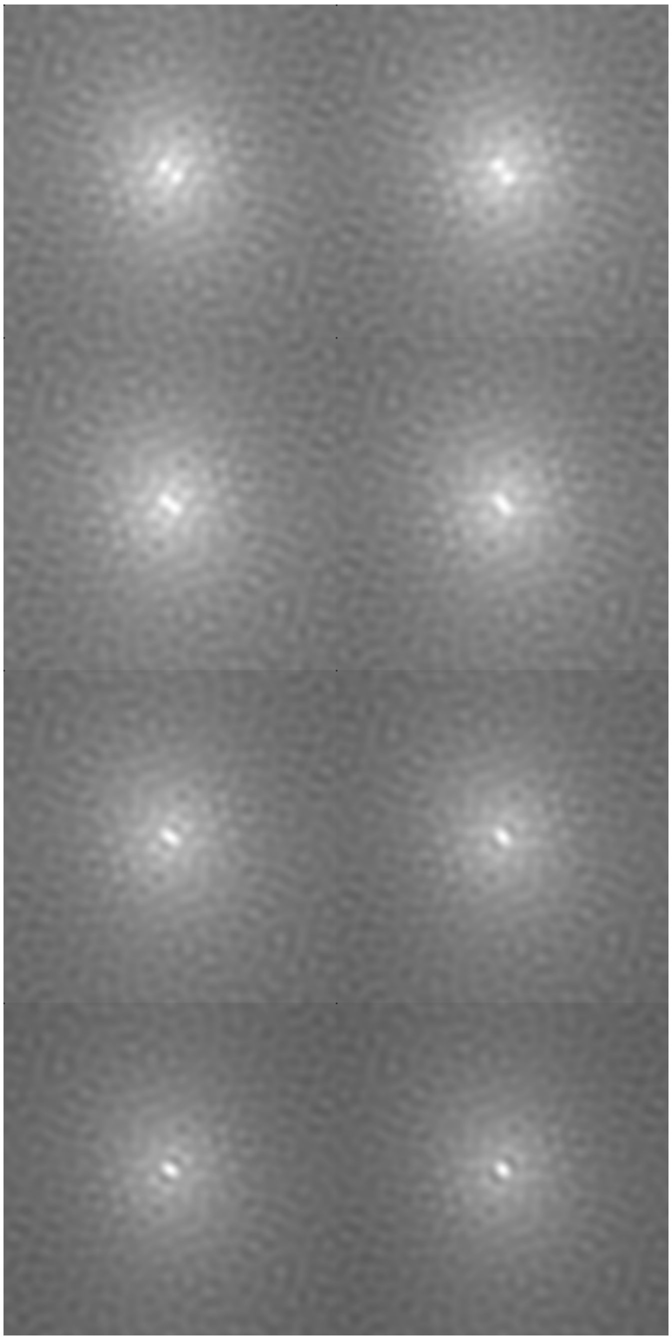

Abbildung 10.9: Vergleich der Autokorrelationen, die aus zeitlich versetzten Flatfield-Aufnahmen zur Photon-Bias-Kompensation entstanden sind; linke Spalte: aus ursprünglich benutztem Flatfield; rechte Spalte : aus später aufgenommenen Flatfield-Daten. Untereinander sind verschiedene Maskenpotenzen dargestellt; von oben nach unten : 0.5, 0.52, 0.54 und 0.56 . Die Faltung der Photon-Bias-Formen ist bei allen Bildern gleich vorgenommen.

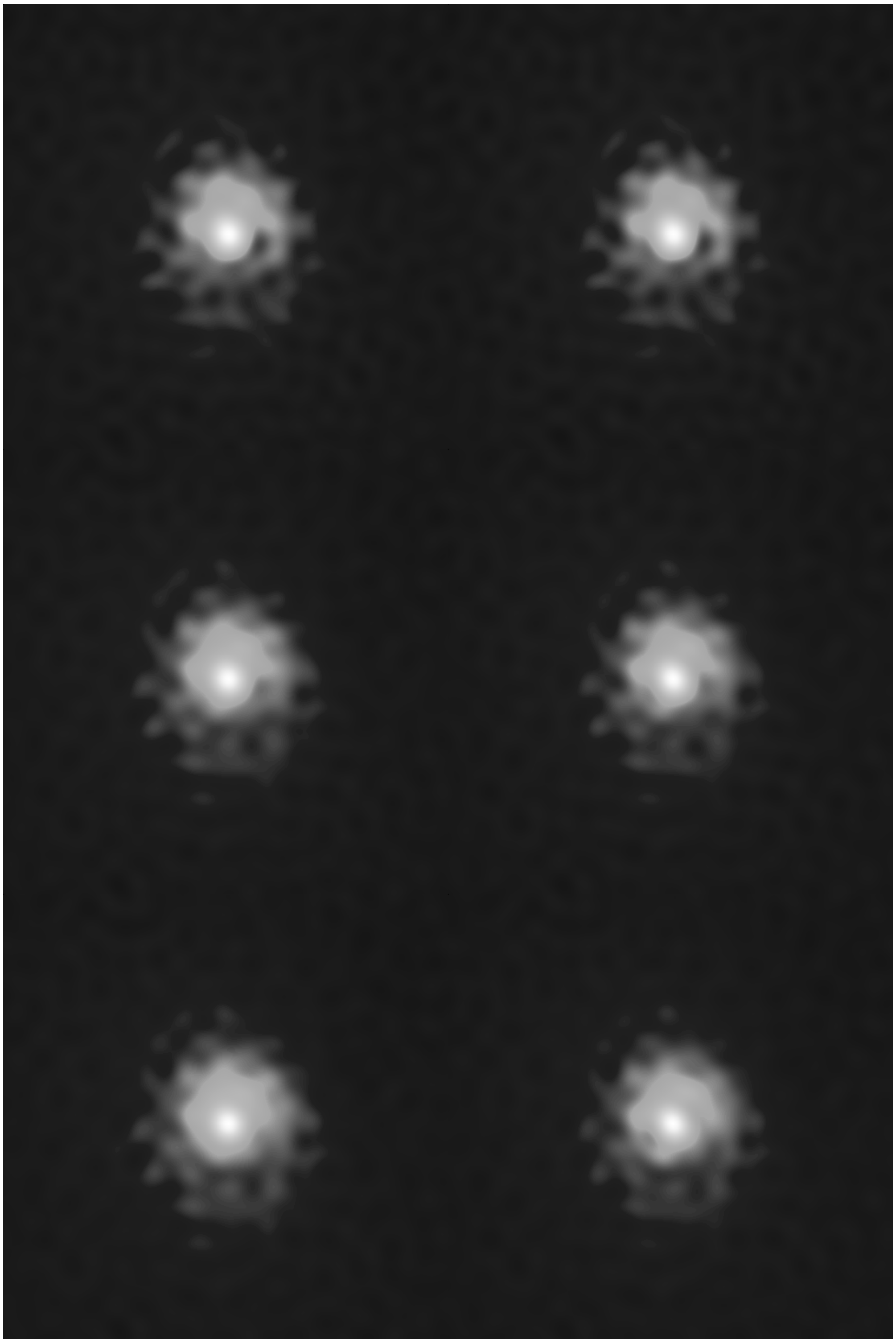

Abbildung 10.10: Vergleich der Rekonstruktionen, die aus zeitlich versetzten Flatfield-Aufnahmen zur Photon-Bias-Kompensation entstanden sind; linke Spalte: aus ursprünglich benutztem Flatfield; rechte Spalte : aus später aufgenommenen Flatfield-Daten. Untereinander sind verschiedene Maskenpotenzen und Faltungen dargestellt; von oben nach unten : 0.54/7, 0.56/5 und 0.58/3.

11. Speckle-Masking-Untersuchungen der Seyfert-2-Galaxie NGC 1386 (RG630)

Die Verarbeitung erfolgt wie in Kapitel 8 beschrieben und analog zu der Verarbeitung der Seyfert-Galaxie NGC 1566, wie sie in Kapitel 9 dargelegt ist. Daher werden einzelne Punkte weniger ausführlich behandelt. In Kapitel 9 wurde vor allem die Photon-Bias-Kompensation im Powerspektrum dargestellt. Dies erfolgt auch hier mit den gleichen Methoden und Erkenntnissen wie sie in den Kapiteln 9 und 10 verwendet und erhalten wurden. In diesem Kapitel wird mehr Aufmerksamkeit auf die Festlegung der Parameter bei der Phasenrekursion gelegt, insbesondere die der Startfrequenz. Außerdem wird gezeigt, wie die Photon-Bias-Kompensation nochmals nach der Rekonstruktion überprüft wird.

11.1 Eigenschaften von NGC 1386

NGC 1386 wurde in [PF80] als Seyfert-2-Galaxie klassifiziert, indem Emmisionslinien-Verhältnisse und -Breiten mit denen anderer Seyfert-Galaxien verglichen wurden. Sie ist Mitglied des Fornax-Haufens ([Sa78]). In [Tu88] wird die Entfernung bei Annahme einer Hubble-Konstanten von $75 \mathrm{kms}^{-1}\mathrm{Mpc}^{-1}$ zu 16.9Mpc bestimmt. Der Inklinationswinkel ist 74 Grad, also fast "edge-on". Die morphologische Klassifikation varriert zwischen SO ([VV64],[Sa78],[Tu88]) und Sa ([VVC76],[PF80],[ST81],[WWB91]). In [WWB91] wurde Long-Slit-Spektroskopie bis etwa 1kpc durchgeführt und bestätigt, daß hochangeregte Linien vorhanden sind und daß das Spektrum das eines typischen Seyfert-2-Kerns ist.

11.2 Beschreibung der Rohdaten

Die Daten wurden am 18. Januar 1994 mit dem 2.20m - Teleskop der ESO/MPG an der Europäischen Südsternwarte aufgenommen. Tabelle 11.1 zeigt die Beobachtungsdaten. Es liegen die Objektdatensätze 18-3 und 18-6 mit je 3000 Bildern bei gleichen Aufnahmedaten vor. Die Vergrößerung ist sechzehnfach. Von diesen Daten werden Langzeitbilder und Speckle-Masking-Rekonstruktionen berechnet. Zur Kompensation der Übertragungsfunktion dient der Datensatz 18-5, zur Berechnung der Photon-Bias-Formen sind 18-21 und 18-31 vorhanden. Für die Flatfield-Kompensation wird ein Flatfield-Bild aus der Meßperiode übernommen. Das Objekt

Nr.	Vergrös-serung	Belichtungszeit (ms)	Filter	Blende	Bilder-anzahl	Bemerkung
18-3	16x	70/85	RG 630	2	3000	Objekt
18-6	16x	70/85	RG 630	2	3000	Objekt
18-5	16x	70/85	RG 630	8	1000	Einzelstern
18-21		90/105	GG 495	2	1400	Flatfield
18-31		90/105	GG 495	2	1400	Flatfield

Tabelle 11.1: Beobachtungsdaten

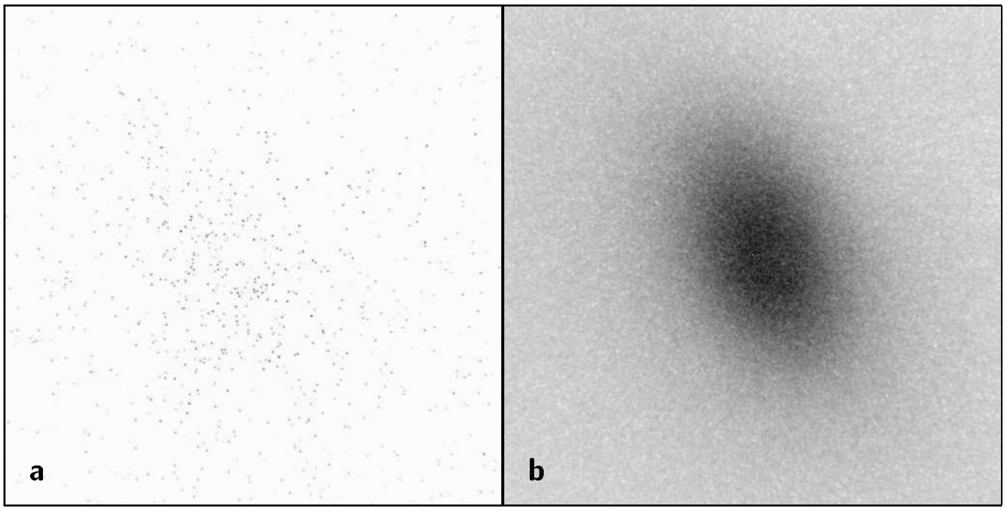

Abbildung 11.1: einzelnes Speckle-Interferogramm des Objekt-Datensatzes 18-3 (a) und unzentriertes Langzeitbild aller Objekt-Daten (b)

wurde mit dem gleichen Filter wie die Seyfert-Galaxie NGC 1566 aus Kapitel 9 beobachtet, einem Kantenfilter, der alle Wellenlängen ab 630 nm berücksichtigt.

11.2.1 Speckle-Interferogramm und unzentriertes Langzeitbild

Zur Illustration der Objekt-Rohdaten sind in Abbildung 11.1 ein Speckle-Interferogramm aus dem Datensatz 18-3 und das unzentrierte Langzeitbild – also die einfache Addition – der Objekt-Datensätze 18-3 und 18-6 mit zusammen 4231 Bildern (nach Abzug der Bilder mit Ionen, der CCD-Dark und der BVS-Dark Bilder) dargestellt. Auch hier sind die Daten sehr verrauscht, es sind keine Interferenzfiguren im Speckle-Interferogramm zu sehen sondern es besteht aus einzelnen Photonenereignissen. Es wird also auch in diesem Fall die Kompensation des Photonen-Bias im Power- und Bi- Spektrum das größte Problem bereiten.

11.3 Berechnung und Diskussion der zentrierten Langzeitbilder

Abbildung 11.2 zeigt das kreuzkorrelations-zentrierte Langzeitbild der Galaxie. Es wurden die besten 90% der Bilder verwendet (nach Seeingwerten). Die Eichung in parsec wurde unter Annahme einer Entfernung von 16.9 Mpc[1] vorgenommen. Der Galaxienkern ist bei dieser Vergrößerung über einen größeren Bereich des Bildfeldes ausgestreckt als bei der Galaxie NGC 1566. Er hat eine Ausdehnung von etwa 5” oder etwa 400 pc.
Abbildung 11.3 zeigt den Contourplot des Langzeitbildes. Die Isophoten sind elliptisch in etwa der gleichen Richtung und zeigen innerhalb des Bildfeldes von etwa 6” keine weitere Struktur. Anhand des Langzeitbildes kann also der elliptische Kern der Galaxie beobachtet werden, der eine Ausdehnung von etwa 6” bzw. 500 pc hat. Innere Struktur ist in diesem Bild allerdings kaum aufgelöst.

[1]nach [WWB91]

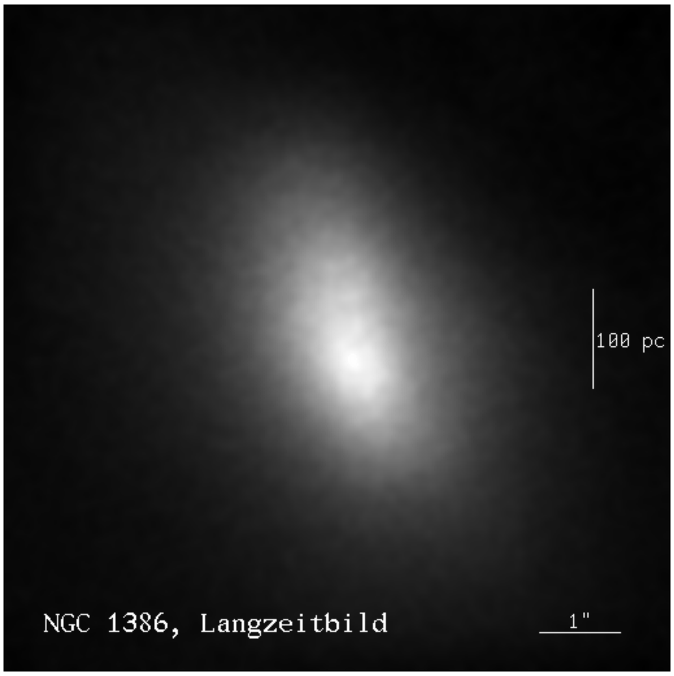

Abbildung 11.2: zentriertes Langzeitbild der Galaxie NGC 1386 (RG630); die Eichung in parsec ist bei einer angenommenen Entfernung von 16.9 Mpc vorgenommen.

11.4 Photon-Bias-Kompensation im Powerspektrum

Die Photon-Bias-Kompensation war auch hier der schwierigste Verarbeitungschritt. Es wurde ebenso vorgegangen, wie es in den Kapiteln 9 und 10 beschrieben ist.

11.4.1 Erzeugung verschiedener Photon-Bias-Formen

Die Photon-Bias-Formen werden nach Abschnitt 8.2.2 aus den Flatfield-Daten bestimmt. Dabei werden die Maskenpotenzen 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 und 0.8 verwendet. Die Glättung der Formen erfolgt mit dem in Abschnitt 10.1 erklärten Verfahren; dabei werden vier verschiedene Faltungsparameter verwendet. Durch Analyse der Radialplots der unkompensierten Powerspektren, der subtrahierten Photon-Bias-Formen und der erhaltenden kompensierten Powerspektren und der Betrachtung der so erhaltenen Objektautokorrelationen kann wie in Abschnitt 9.4.1 die Maskenpotenz auf den Bereich zwischen 0.6 und 0.8 eingeschränkt werden. Bei Maskenpotenz bis 0.6 sind schon bei kleinen Frequenzen negative Werte im kompensierten Powerspektrum vorhanden, bei Maskenpotenz 0.8 zeigt sich ein tiefer dunkler Ring in der Autokorrelation, der darauf hindeutet, daß noch Photonen-Bias vorhanden ist. Daraufhin werden Photonen-Bias-Formen zu den Maskenpotenzen zwischen 0.6 und 0.8 in 0.02 - Abständen berechnet und jede mit den folgenden Faltungsparametern geglättet. Für die Faltung in Winkelrichtung wird ein σ von 14 und 16 Pixeln am Bildrand gewählt und für die in Radialrichtung ein σ von 3 und 5 Pixeln am Bildrand.

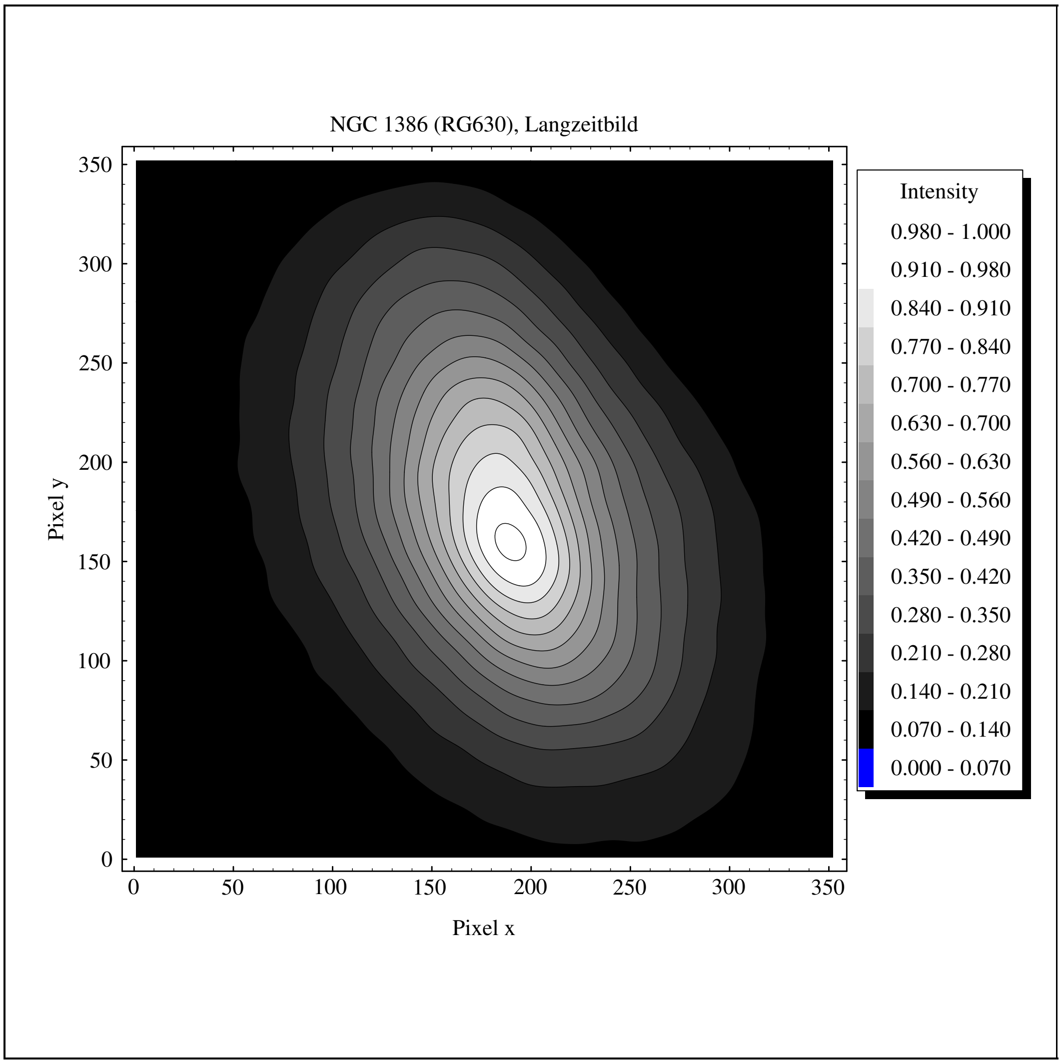

Abbildung 11.3: NGC 1386 (RG 630), Contourplot des zentrierten Langzeitbildes. Ein Pixel entspricht $0\overset{\prime\prime}{.}016$ oder 1.3 pc, das gesamte Bildfeld (352 Pixel) $5\overset{\prime\prime}{.}6$ bzw 460 pc.

11.4.2 Auswahl der Photonen-Bias-Formen

Der Parameterraum kann noch weiter eingeschränkt werden auf die Maskenpotenzen 0.62 bis 0.76. Bis 0.62 sind negative Stellen im kompensierten Powerspektrum schon bei kleinen Frequenzen zu sehen, ab 0.72 beginnt sich ein dunkler Ring in den Autokorrelationen zu bilden, der sich weiter verstärkt und bei 0.78 deutlich dunkler ist als das Hintergrundrauschen.
Abbildungen 11.4, 11.5 und 11.6 zeigen jeweils die Radialplots des unkompensierten Powerspektrums und der in der Amplitude angepaßten Photon-Bias-Form in der linken Spalte und den jeweils entsprechenden Radialplot des kompensierten Powerspektrums in der rechten Spalte.
Bei der Maskenpotenz 0.62 wird gleich nach dem Langzeitpeak etwa bei Frequenz 10 zuviel subtrahiert, und es kommt zu negativen Werten im kompensierten Powerspektrum. Ab 0.64 treten im gemittelten Radialplot bis zu den Frequenzen, bis zu denen rekonstruiert werden kann (Frequenz 20 - 25), keine negativen Stellen mehr auf, allerdings zeigen sie große Schwankungen in diesem Bereich, ab 0.68 wird das kompensierte Powerspektrum glatt und im weiteren im niederfrequenten Bereich immer höher, da weniger kompensiert wird.
Für die Berechnung der Autokorrelationen werden im folgenden die Powerspektren verwendet, die mit den zu den Maskenpotenzen 0.62 bis 0.76 berechneten Photon-Bias-Formen kompensiert wurden.

11.5 Berechnung der Objekt-Autokorrelationen

Abbildungen 11.7 und 11.8 zeigen die Autokorrelationen für die verschiedenen Maskenpotenzen. Da die Unterschiede, die durch verschiedene Faltungsparameter bei der Glättung der Photon-Bias-Formen hervorgerufen werden, minimal sind, werden im folgenden nur noch zwei verschiedene Faltungsparameter verwendet. Die Auswirkungen der Maskenpotenzen und Faltungen wurden schon im letzten Abschnitt beschrieben. Für die weitere Verarbeitung werden alle hier untersuchten kompensierten Powerspektren verwendet, um die Auswirkungen auf die Rekonstruktion beurteilen zu können. Am besten scheinen die Photon-Bias-Kompensationen zu den Maskenpotenzen 0.66, 0.68 und 0.7 zu passen. Hier ist die Doppelstruktur im Zentrum nicht mehr vorhanden, und der tiefe Ring aus dem niederfrequenten Bereich bildet sich noch nicht.

11.6 Berechnung der rekonstruierten Bilder

Das Bispektrum wird nicht vollständig berechnet, da das schlechte Signal-zu Rausch-Verhältnis keine Rekonstruktion bis zur Beugungsgrenze zuläßt, sondern nur bis zur Frequenz 40 für die maximalen u - und w - Vektoren (siehe Abschnitt 8.2.3).

11.6.1 Kompensation der Bias-Terme im Bispektrum

Die Bildverstärker- und Photon- Bias - Terme werden, wie in den Abschnitten 8.2.3 und 8.2.3 erwähnt, kompensiert. Es werden zunächst alle im vorigen Kapitel ausgewählten Photon-Bias-Formen verwendet. Später wird eine nochmalige Auswahl vorgenommen (siehe Abschnitt 11.6.4).

11.6.2 Bestimmung der Mindestlänge

Die Mindestlänge wird ebenso wie bei der Verarbeitung der Galaxie NGC 1566 auf 4 festgelegt.

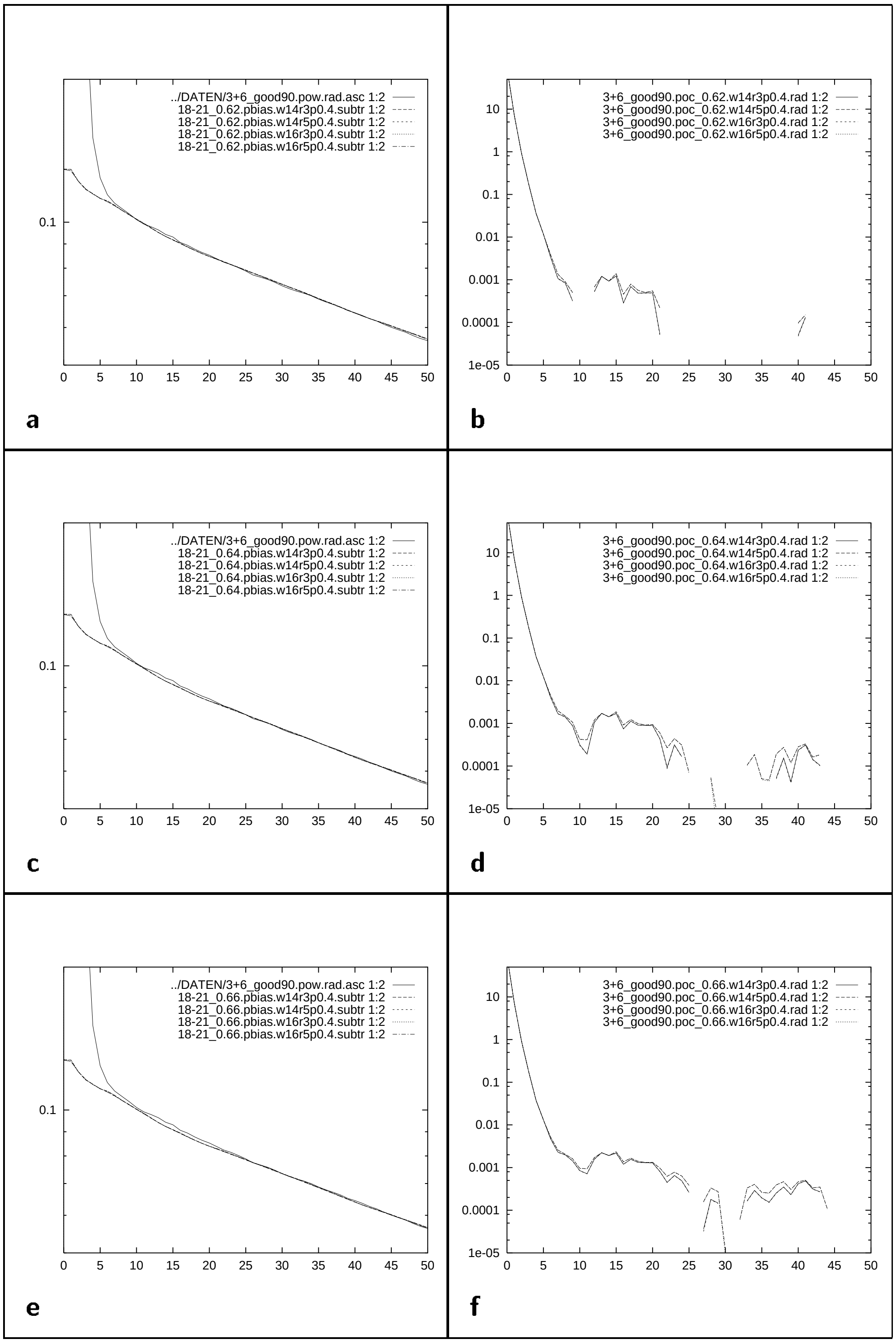

Abbildung 11.4: Plots zur Photon-Bias-Kompensation; a,c,e:Radialplots des unkompensierten Powerspektrums (3+6_good90.pow.rad.asc) und der subtrahierten Photon-Bias-Formen; Maskenpotenzen 0.62 (a), 0.64 (c) und 0.66 (e); jeweils verschiedene Faltungsparameter. b,d,f: Radialplots der kompensierten Powerspektren; Parameter jeweils wie a,c,e.

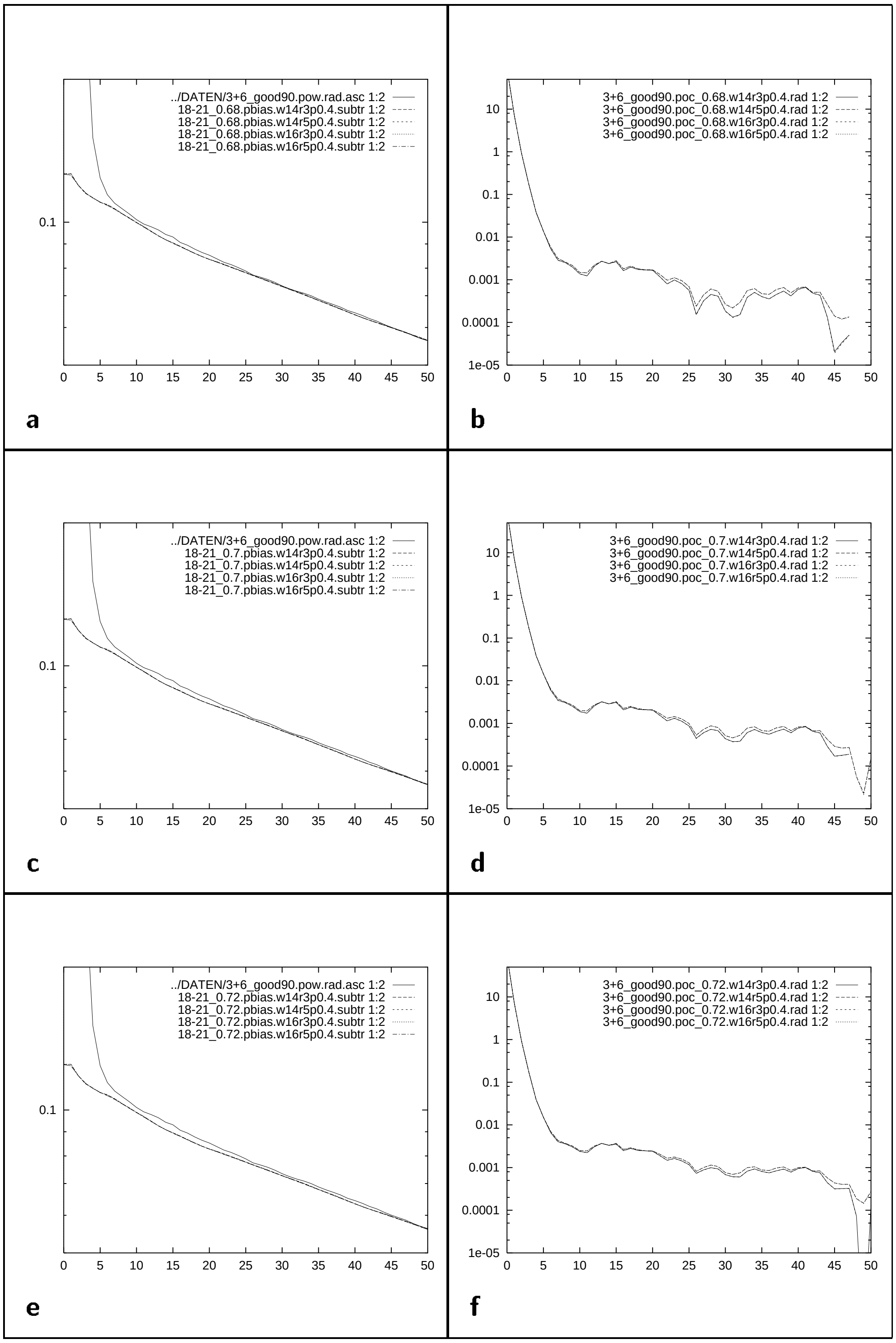

Abbildung 11.5: Plots zur Photon-Bias-Kompensation; a,c,e: Radialplots des unkompensierten Powerspektrums (3+6_good90.pow.rad.asc) und der subtrahierten Photon-Bias-Formen; Maskenpotenzen 0.68 (a), 0.7 (c) und 0.72 (e) ; jeweils verschiedene Faltungsparameter. b,d,f: Radialplots der kompensierten Powerspektren; Parameter jeweils wie a,c,e.

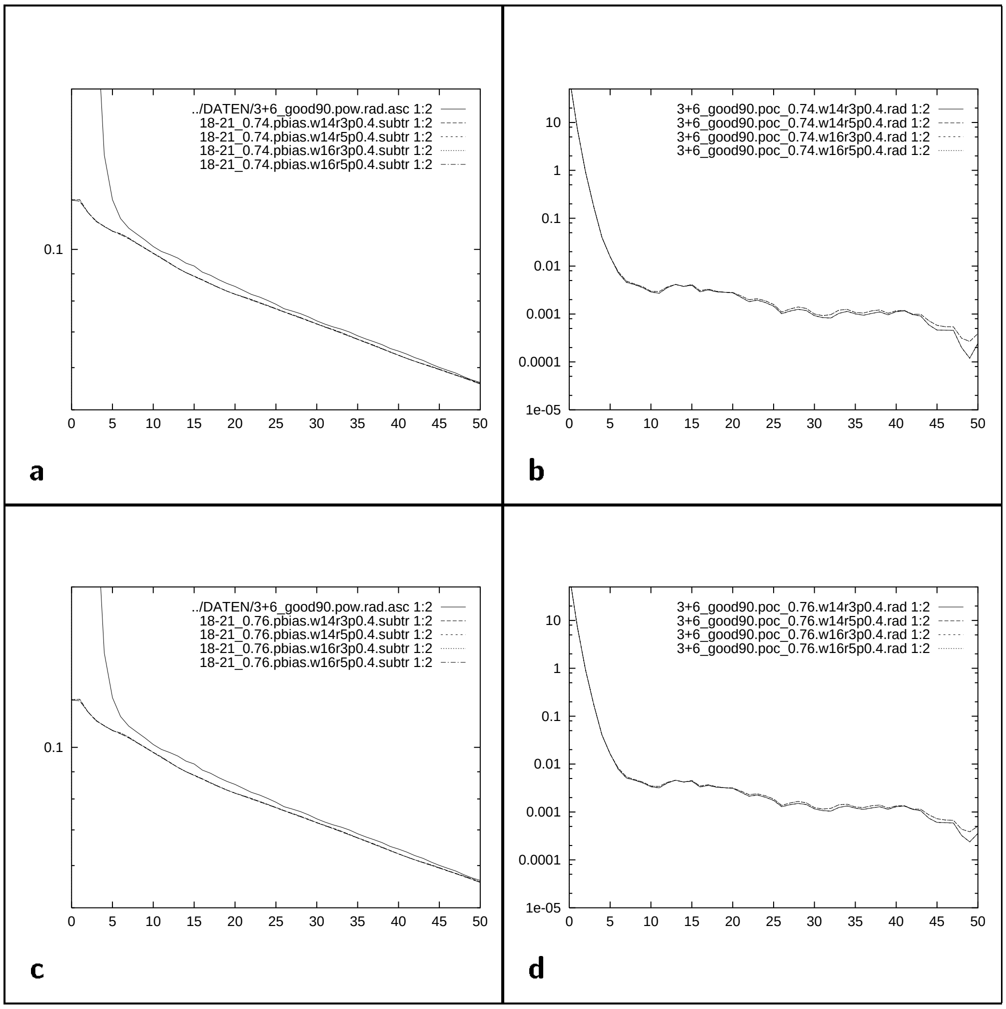

Abbildung 11.6: Plots zur Photon-Bias-Kompensation; a,c : Radialplots des unkompensierten Powerspektrums (3+6_good90.pow.rad.asc) und der subtrahierten Photon-Bias-Formen; Maskenpotenzen 0.74 (a) und 0.76 (c) ; jeweils verschiedene Faltungsparameter. b,d : Radialplots der kompensierten Powerspektren; Parameter jeweils wie a,c.

11.6.3 Bestimmung der Startfrequenz

Bei Rekonstruktionen zu verschiedenen Startfrequenzen sind deutliche Unterschiede bemerkbar, weshalb mehr Aufmerksamkeit auf diese Bestimmung gelegt werden muß. Dazu werden für eine Photon-Bias-Kompensation (Maskenpotenz 0.68) zu den Startfrequenzen 3, 5, 7, 9 und 11 jeweils Rekonstruktionen bis zu den Beugungsgrenzen 12, 14, 16 und 18 berechnet. In der Folge höher werdender Beugungsgrenze sollten keine Sprünge in den Rekonstruktionen vorkommen, sondern es sollte sich vielmehr ein Bild aus dem vorhergehenden ergeben – mit leichter Auflösungssteigerung. Außerdem wird die Phase der Fouriertransformierten des Langzeitbildes betrachtet und festgestellt, daß sie bis zu einer Frequenz von 8 bis 10 gut vom Rauschen zu trennen ist. Aus beiden Kriterien gemeinsam wird die Startfrequenz auf Frequenz 9 festgelegt.

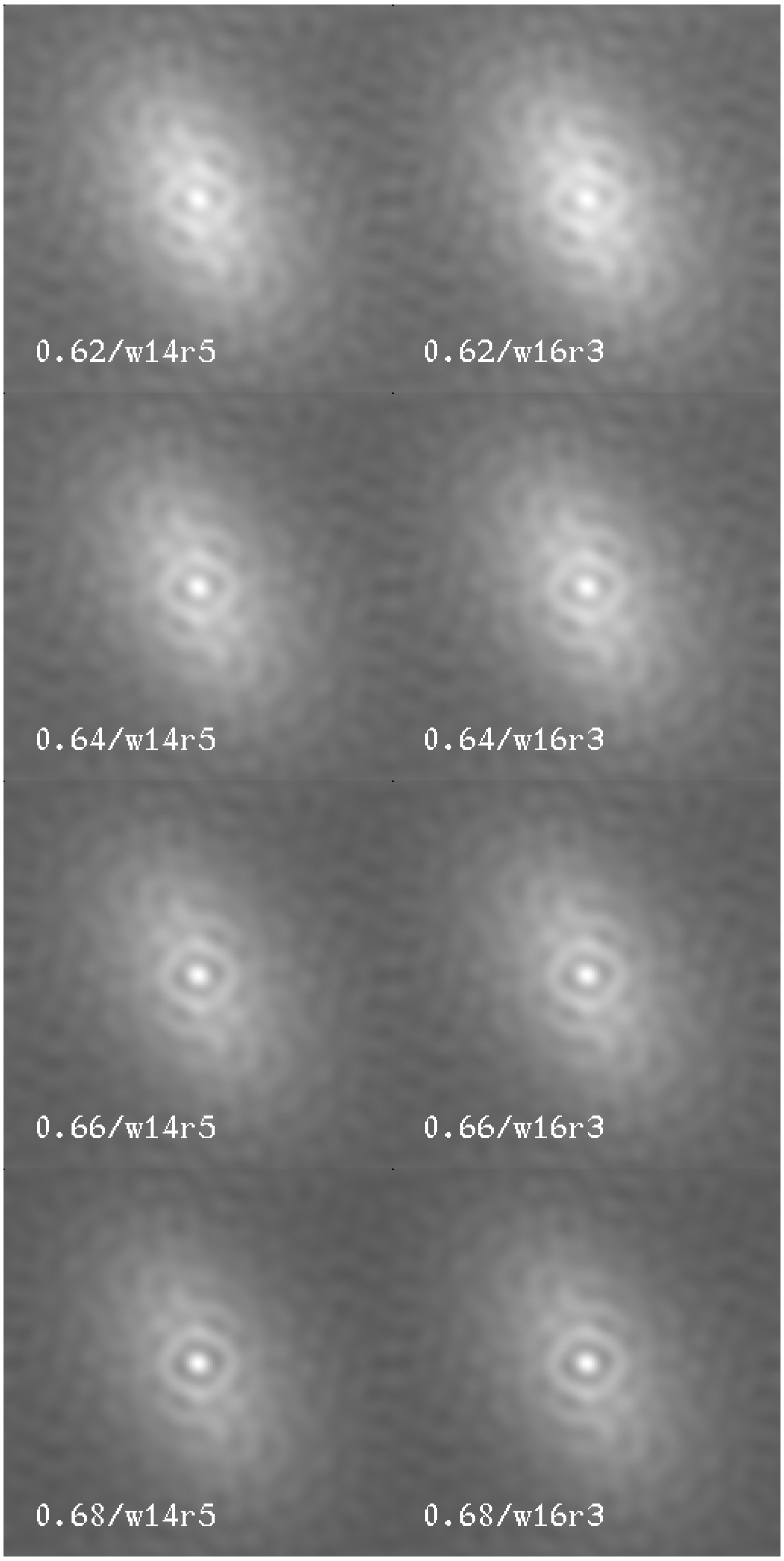

Abbildung 11.7: Objektautokorrelationen mit unterschiedlicher Photon-Bias-Kompensation; in senkrechter Richtung : verschiedene Maskenpotenzen 0.62 bis 0.68; in waagerechter Richtung : zwei verschiedene Faltungsparameter

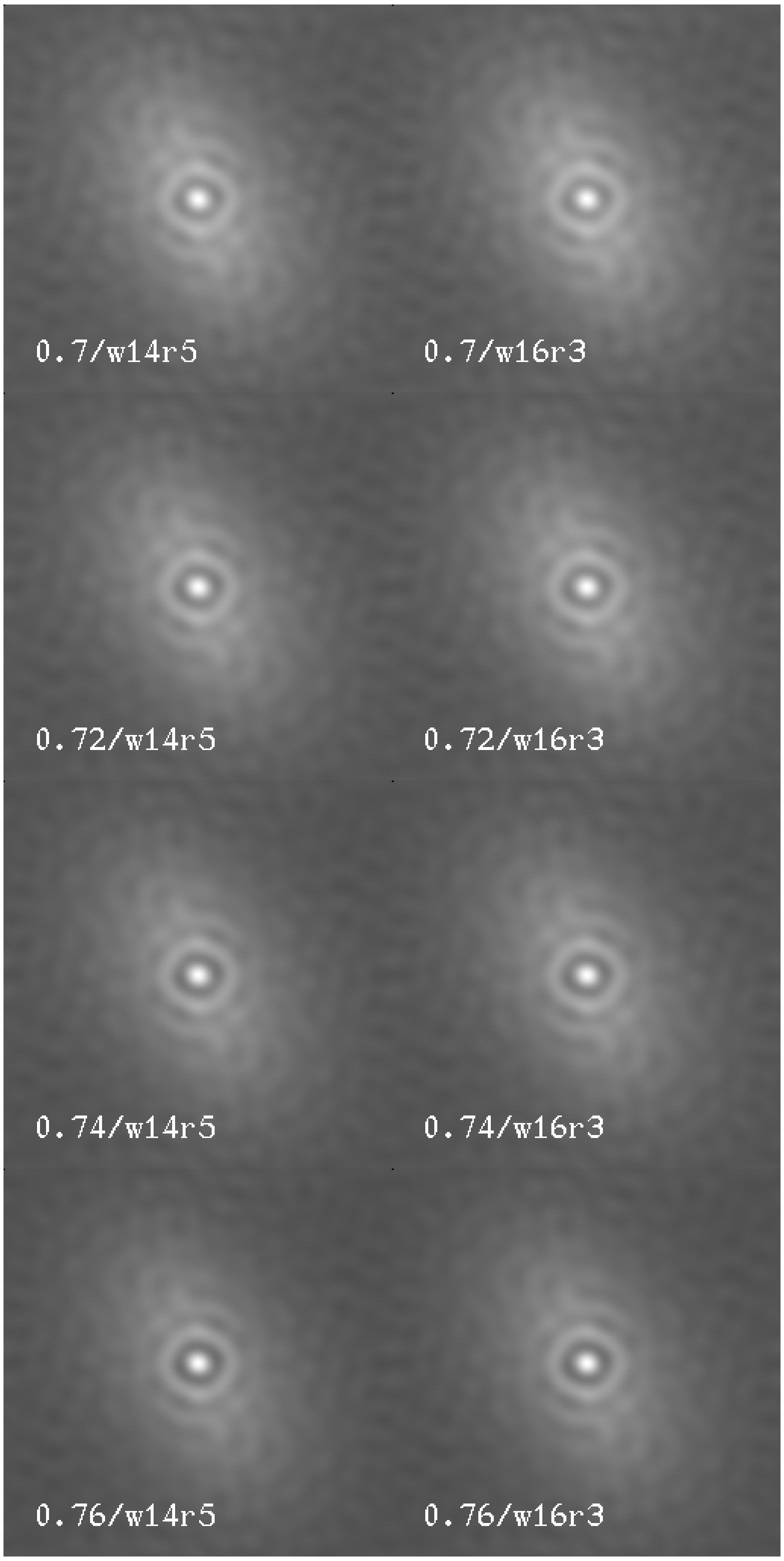

Abbildung 11.8: Objektautokorrelationen mit unterschiedlicher Photon-Bias-Kompensation; in senkrechter Richtung : verschiedene Maskenpotenzen 0.7 bis 0.76; in waagerechter Richtung : zwei verschiedene Faltungsparameter

Maskenpotenz	Faltungsparameter	BG 12	BG 20
0.62	w14/r5	0.70	0.71
	w16/r3	0.70	0.69
0.64	w14/r5	0.69	0.70
	w16/r3	0.69	0.68
0.66	w14/r5	0.68	0.69
	w16/r3	0.68	0.68
0.68	w14/r5	0.68	0.69
	w16/r3	0.67	0.67
0.70	w14/r5	0.66	0.68
	w16/r3	0.66	0.66
0.72	w14/r5	0.66	0.67
	w16/r3	0.65	0.65
0.74	w14/r5	0.65	0.66
	w16/r3	0.65	0.64

Tabelle 11.2: Intensitätsverhältnisse eines willkürlich herausgegriffenen Nebenmaximums relativ zum absoluten Bildmaximum für verschiedene Photon-Bias-Kompensationen. Rekonstruktionen sind berechnet bis Beugungsgrenze (BG) 12 und 20.

11.6.4 Entscheidung für eine Photon-Bias-Kompensation

Um nun außer der Betrachtung der Objektautokorrelationen ein weiteres Kriterium bei der Auswahl der Photon-Bias-Kompensation zu bekommen, wird das Langzeitbild entfaltet, d.h. es wird die Fouriertransformierte des Langzeitbildes berechnet, der Betrag aus dem hieraus berechneten Powerspektrum, die Phase aus der Fouriertransformierten des Langzeitbildes direkt und zur Kompensation der Langzeit-Übertragungsfunktion das Powerspektrum aus dem Langzeitbild des Einzelsterns verwendet. Aus Betrag und Phase wird bis Frequenz 12 das Bild rekonstruiert. Die Speckle-Masking-Rekonstruktionen zu den verschiedenen Maskenpotenzen werden ebenfalls bis zur Frequenz 12 rekonstruiert.

Nun können die Rekonstruktionen zu den verschiedenen Photon-Bias-Kompensationen mit dem entfalteten Langzeitbild verglichen werden und die beste Übereinstimmung bestimmt werden. Es wird der Bereich zwischen den Maskenpotenzen 0.62 und 0.74 betrachtet. In diesem Bereich sind mit bloßem Auge keine Unterschiede in der Form zu bemerken. Als quantitaves Maß wird bei jeder dieser Rekonstruktionen ein Pixel eines Nebenmaximums herausgegriffen und die Intensitäten relativ zum Bildmaximum gemessen. Dies wird auch für die endgültige Beugungsgrenze von Frequenz 20 gemacht. Tabelle 11.2 zeigt das Ergebnis. Es sind zu jeder Maskenpotenz zwei verschiedene Faltungen der Photon-Bias-Form verwendet worden und zwar ein σ von 16 Pixeln am Bildrand für die Faltung in Winkelrichtung und von 3 Pixeln in Radialrichtung bzw. 14 in Winkel- und 5 in Radialrichtung. Bei der Beugungsgrenze 12 treten zwischen den verschiedenen Faltungen erwartungsgemäß keine Unterschiede auf, da Frequenz 12 nur wenig größer ist als die Langzeitfrequenz, der Photonen-Bias hier nur einen kleinen Anteil am Powerspektrum hat und sich so geringe Unterschiede noch nicht bemerkbar machen. Die größeren Differenzen hervorgerufen durch die unterschiedlichen Maskenpotenzen bewirken Abweichungen in Höhe von bis zu 7%. Bei der tatsächlich für die Rekonstruktion verwendeten Beugungsgrenze von 20 tauchen Abweichungen bei verschiedenen Faltungsparametern in Höhe von bis zu 3% und zwischen verschiedenen Maskenpotenzen von bis zu 10 % auf . Im Rahmen

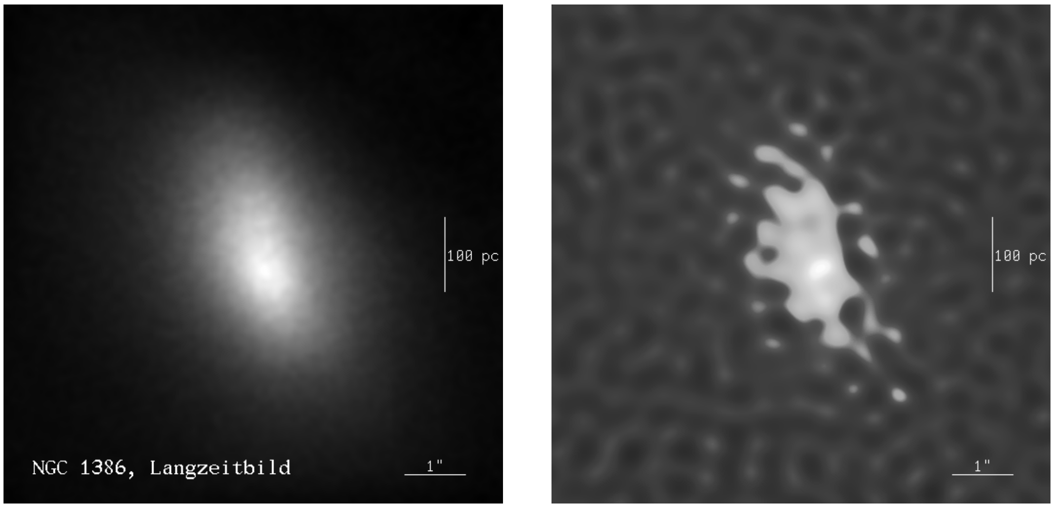

Abbildung 11.9: NGC 1386 (RG 630) ; Speckle-Masking-Rekonstruktion (rechts) im Vergleich zum Langzeitbild (links)

der Vorauswahl mittels der Autokorrelationen reduzieren sich die Abweichungen auf 3%. Aus allen Informationen zusammen (Form der Powerspektren, Autokorrelationen, Vergleich mit dem Langzeitbild, Photometrie) wird die Photon-Bias-Form zur Maskenpotenz 0.68 ausgewählt. Es kann dabei ein maximaler Fehler von etwa 5% diesbezüglich angenommen werden.

11.7 Diskussion des Ergebnisses

Abbildung 11.9 zeigt das erhaltene Grautonbild im Vergleich zum Langzeitbild. Während bei dem Langzeitbild innerhalb der Struktur des Kerns keine weitere Auflösung erreicht werden konnte, zeigt die Speckle-Masking-Rekonstruktion mehrere Strukturen im Innern. Genauer lassen sich diese im Contour-Plot 11.10 studieren.

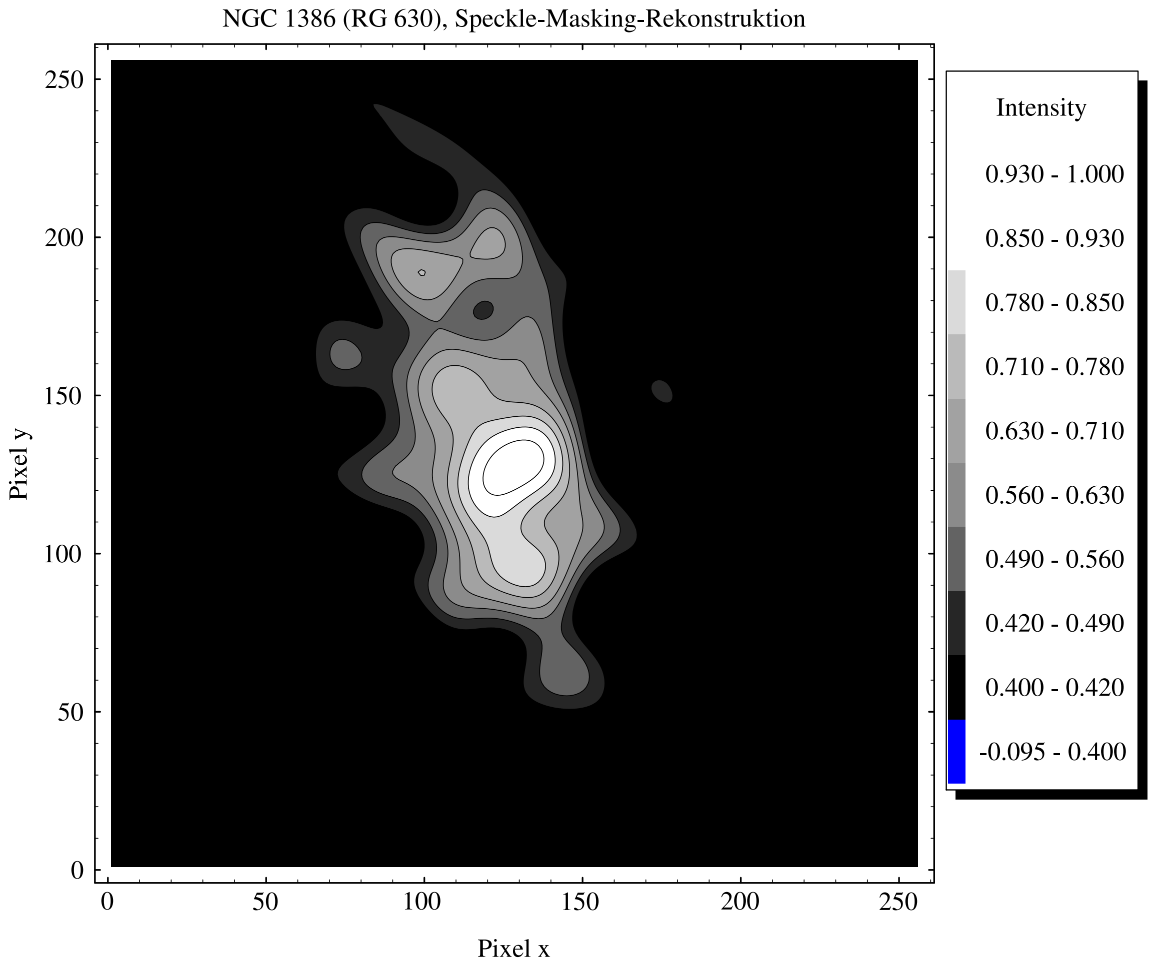

Abbildung 11.10: Contour-Plot der Speckle-Masking-Rekonstruktion von NGC 1386; Ein Pixel entspricht $0\farcs016$ oder 1.3 pc , das gesamte Bildfeld (256 Pixel) $4\farcs1$ bzw. 336 pc.

A. Methodische Studien anhand des Sternhaufens R64 (550/60 nm)

Bei der Verarbeitung eines so ausgedehnten Objektes wie einer Galaxie, wie sie in den Kapiteln 9 und 11 vorgenommen wurde, hat man mit der Schwierigkeit zu kämpfen, daß es keine a priori - Informationen über das Objekt gibt. Anders sieht es bei der Verarbeitung eines Sternhaufens aus; hier weiß man, daß die einzelnen Objekte Sterne sind, daß das zu rekonstruierende Bild also aus δ - förmigen Einzelsternen zusammengesetzt ist. Daraus lassen sich einige Informationen darüber gewinnen, wie Zwischenergebnisse (z.B. Powerspektrum , Autokorrelationen) aussehen müssen bzw. wie sie nicht aussehen dürfen. Z.B. muß in der Autokorrelation immer ein runder Peak in der Mitte des Bildes auftauchen, der nicht länglich verformt sein darf. Bei einer Galaxie kann man nicht immer voraussetzen, daß es sich nicht auch um Objektinformation handeln kann. Auch muß der Hintergrund eben sein, und die einzelnen Sterne dürfen nicht auf einem Hügel liegen. Dies wäre ein Zeichen dafür, daß kleine Frequenzen im Fourierraum zu stark gegenüber höheren angehoben sind. Bei einem ausgedehnten Objekt wiederum kann dies auch Objektinformation sein.
Fehler in der Rekonstruktion lassen sich also bei einem solchen Objekt leichter finden.
In diesem Kapitel wird nun die Verarbeitung des Sternhaufens R64 erklärt. Leider ist dies mit einem Datensatz geschehen, bei dem die Flatfield-Daten sehr schlecht zur Berechnung des Photonen-Bias geeignet waren. Es gibt jedoch zum gleichen Objekt bei der gleichen Wellenlänge einen besonders guten Datensatz, mit Hilfe dessen die Magnitudines der einzelnen Sterne relativ zum hellsten bestimmt wurden.
Durch Vergleich einer entsprechenden Bestimmung bei diesem Datensatz lassen sich die Vohersagen über die Güte einer Photon-Bias-Kompensation anhand der Autokorrelationen — wie sie bei der Verarbeitung der Seyfert-Galaxien in den Kapiteln 9 und 11 getroffen wurden — verifizieren.

A.1 Eigenschaften von R64

Tabelle A.1 zeigt die Beobachtungsdaten. Der Sternhaufen wurde mit einem Filter bei 550

Nr.	Vergrösserung	Belichtungszeit (ms)	Filter	Blende	Bilderanzahl	Bemerkung
14-13	20x	50/70	550/60	2	3000	Objekt
14-14	20x	50/70	550/60	2	3000	Objekt
14-22	20x	50/70	467/16	5.6	2250	Einzelstern
14-24	20x	50/70	550/60	11	2250	Einzelstern
14-26		50/70	GG495	2	2000	Flatfield

Tabelle A.1: Beobachtungsdaten

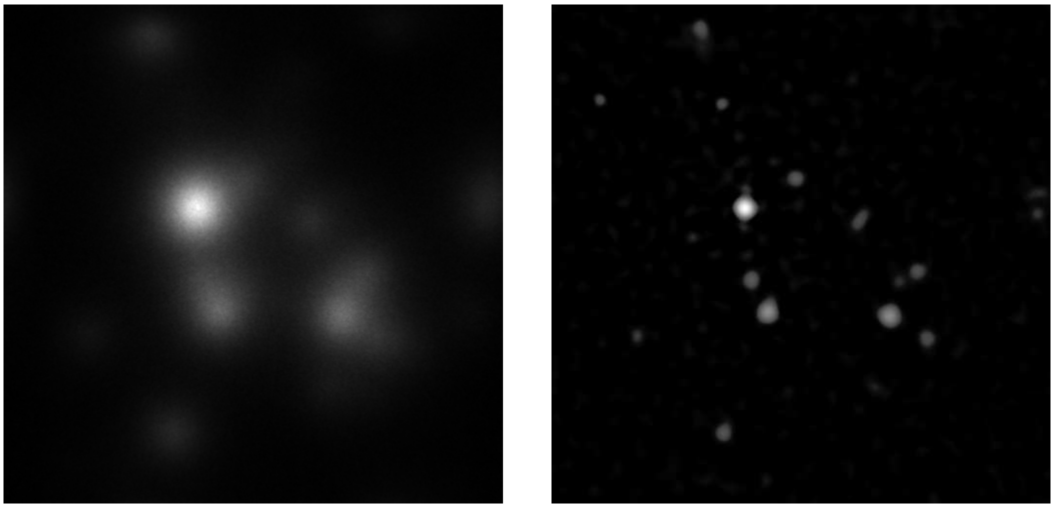

Abbildung A.1: Langzeitbild und Speckle-Masking-Rekonstruktion des Sternhaufens R64

nm und 60 nm Breite aufgenommen. Insgesamt stehen 6000 Rohbilder zur Verfügung. Zur Kompensation der Übertragungsfunktion dienen die Datensätze 14-22 und 14-24. Die Photon-Bias-Formen wurden mit Hilfe der Flatfield-Aufnahme 14-26 erzeugt.

A.2 Langzeitbilder und Speckle-Masking-Rekonstruktion

Abbildung A.1 zeigt das kreuzkorrelations-zentrierte Langzeitbild der Datensätze 14-13 und 14-14 (oben) und die Speckle-Maasking-Rekonstruktion (unten), die allerdings wegen falscher Photon-Bias-Kompensation nicht optimal ist. Es kommt deswegen zu zusätzlichen sog. Autokorrelationspeaks. Dies ist eine weitere Methode, bei Sternhaufen fehlerhafte Photon-Bias-Kompensationen zu bemerken, die bei ausgedehnten Objekten nicht möglich ist.

A.3 Diskussion der Objekt-Autokorrelationen bei verschiedenen Photon-Bias-Kompensationen

Es wurden zunächst Photon-Bias-Formen zu den Maskenpotenzen 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 und 0.8 berechnet und die Verarbeitung bis zur Berechnung der Objekt-Autokorrelationen durchgeführt. Dabei stellte sich heraus, daß bei allen Potenzen dunkle Ringe in der Autokorrelation auftauchten und auch bei Maskenpotenz 0.4 keine negativen Stellen im kompensierten Powerspektrum auftraten. Das deutet darauf hin, daß auch bei Maskenpotenz 0.4 noch Photonen-Bias unter dem kompensierten Powerspektrum liegt. Es wurde daraufhin mit den Maskenpotenzen 0.2 und 0.3 gerechnet. Auch hier tauchte – selbst bei Maskenpotenz 0.2 – der dunkle Ring auf, und es kam zu keiner Überkompensation. Die hier verwendeten Flatfield-Daten liefern also offenbar eine Photon-Bias-Form, die sehr schlecht mit der unter den Objekt-Daten übereinstimmt und auch mit Hilfe von Variationen der Maskenpotenz nicht optimal angepaßt werden kann. Zur genaueren Untersuchung wurden Photon-Bias-Formen zu Maskenpotenzen 0.32, 0.34, 0.36 und 0.38 berechnet, da die Form bei 0.2 schon zu stark verändert ist. Es zeigt sich, daß zu kleineren

Photometrie-Ergebnisse

Stern	übern. Wert[mag]	Diff. bei Maskenpotenz [mag]				
		0.32	0.34	0.36	0.38	0.4
1	0	0	0	0	0	0
2	1.06	0.18	0.25	0.31	0.37	0.44
3	1.12	0.17	0.24	0.31	0.38	0.45
4	2.25	0.12	0.18	0.21	0.25	0.32
5	2.17	0.07	0.11	0.18	0.24	0.28
7	2.23	0.04	0.13	0.17	0.22	0.27
8	2.50	0.06	0.13	0.18	0.25	0.32
9	2.46	0.06	0.17	0.24	0.30	0.35
10	2.87	0.24	0.32	0.38	0.44	0.53
11	3.11	-0.07	-0.02	0.08	0.10	0.16
14	3.24	0.18	0.23	0.28	0.29	0.30
15	3.85	-0.17	-0.05	0.11	0.18	0.27
16	3.47	0.03	0.08	0.12	0.25	0.27
17	3.80	0.12	0.28	0.40	—	0.77
2-9		0.10	0.17	0.23	0.29	0.35

Tabelle A.2: Abweichungen der bestimmten Helligkeit in mag. von den in [SHSW94] bestimmten bei verschiedenen Maskenpotenzen

Maskenpotenzen der Ring in der Objekt-Autokorrelation schwächer wird, jedoch auch bei 0.3 nicht verschwindet. Wie bei den Untersuchungen zu den Galaxien deutet dies darauf hin, daß der Photonen-Bias im nieder- bis mittelfrequenten Bereich nicht vollständig kompensiert ist. Leider kann mit der hier zur Verfügung stehenden Flatfield-Aufnahme kein Photonen-Bias erzeugt werden, bei dem zu viel kompensiert wird. Die Aussagen, die oben gemacht wurden, können jedoch mit Hilfe der Photometrie des Sternhaufens nachgeprüft werden.

A.4 Verifizierung der Ergebnisse des Abschnittes A.3 anhand der Photometrie

Die erhaltenen Rekonstruktionen werden photometriert und mit einer aus besseren Daten desselben Objekts erstellten Rekonstruktion verglichen ([SHSW94]). Tabelle A.2 zeigt die Ergebnisse. Dabei sind die Magnitudines relativ zum hellsten Stern angegeben. Die unterste Zeile zeigt den Durchschnittswert der ersten 7 Sterne.
Die hier bestimmten Sterne sind bis auf Stern 11 und 15 weniger hell als bei [SHSW94]. Die Abweichungen sind bei Maskenpotenz 0.32 am geringsten, mit zunehmender Maskenpotenz werden die Sterne relativ zum hellsten dunkler, die Abweichungen werden größer. Es zeigt sich also, daß die Photon-Bias-Kompensation bei der geringsten der hier gewählten Potenzen –0.32– am besten ist und mit zunehmender Maskenpotenz stetig schlechter wird.
Die Tatsache, daß die Sterne durchweg zu dunkel[1] sind, deutet darauf hin, daß im niederfrequenten Bereich zu wenig subtrahiert ist, daß also noch Photonen-Bias vorhanden ist.
Damit sind die Aussagen, die in Abschnitt A.3 anhand der Objekt-Autokorrelationen gemacht

[1] bzw. der Hellste zu hell

wurden, bestätigt. In der gleichen Art und Weise wurden auch die Photon-Bias-Kompensationen bei der Verarbeitung der Galaxien in den Kapiteln 9 und 11 beurteilt. Da die Beurteilungen hier mit der Photometrie übereinstimmen, kann davon ausgegangen werden, daß die Indizien anhand der Autokorrelation bei der Verarbeitung der Galaxien zutreffen. Wegen der schlechten Daten kann leider die andere Richtung, d.h. das Indiz auf Überkompensation nicht überprüft werden. Überkompensation zeigt sich jedoch auch deutlich in den kompensierten Powerspektren in negativen Werten.

B. Auflistung und Funktionsweise der erstellten C-Programme

karttopolar

Das Programm führt eine Koordinatentransformation eines gegebenen Feldes von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten durch.

Die Anzahl der Radiallinien ist dabei variabel. Als Standard werden so viele Radiallinien gewählt, daß sie am Bildrand einen Abstand von einem Pixel haben. Die Abstände der Gitterpunkte auf einer Radiallinie beträgt 1 Pixel. Damit kann das Gitter der Polarkoordinaten berechnet werden. Jeder Punkt der Polarkoordinaten liegt zwischen vier Punkten des kartesischen Gitters und wird durch zweidimensionale Interpolation festgelegt.

Die Variablen Bildmittelpunkt, Abstand der Radiallinien, Radius der Umwandlung werden im Bildheader festgehalten.

polartokart

Das Programm führt eine Koordinatentransformation eines in Polarkoordinaten gegebenen Bildes von Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten durch.

Auch dies geschieht für jeden Gitterpunkt des kartesischen Gitters durch zweidimensionale Interpolation der vier umgebenden Gitterpunkte des Polar-Gitters.

Dabei werden entweder die Parameter aus dem Header des Quell-Bildes übernommen oder sie können angegeben werden.

azimut

Das Programm faltet ein gegebenes Bild in azimutaler und radialer Richtung getrennt mit einem je eindimensionalen gaußförmigen Faltungskern. Um das zu erreichen wird das Bild mit Hilfe der Routine aus "karttopolar" in Polarkoordinaten zerlegt, dann wird in radialen und azimutalen Koordinaten getrennt mit einem eindimensionalen Faltungskern gefaltet. Nach der Faltung wird das Bild mit Hilfe der Routine aus "polartokart"wieder in kartesische Koordinaten zurückverwandelt.

Faltung in Winkel-Koordinaten

Nach der Umwandlung in Polarkoordinaten sind aus konzentrischen Kreisen um das Zentrum Parallelen zur Ordinate geworden. Diese werden nun mit einem eindimensionalen gaußförmigen Kern der Form

$$e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \tag{B.1}$$

gefaltet. Die Breite σ des Faltungskerns ist in Winkeleinheiten festgelegt, dadurch wird sie in kartesischen Koordinaten kleiner und verschwindet im Zentrum bei Radius 0. Als Standard wird die Gaußverteilung bei dreifachem σ auf Null gesetzt.

Faltung in Radial-Koordinaten

Nach der eindimensionalen Faltung in Winkel-Richtung wird nun in Radial-Richtung gefaltet. Es wird wieder der gaußförmige Faltungskern nach Gleichung B.1 verwendet. Damit auch hier die Faltung im Inneren schwächer gewählt werden kann, ist die Breite σ keine Konstante, sondern es gilt $\sigma = a * r^\rho$. Setzt man $rho = 0$, so ist die Breite des Faltungskerns konstant, ansonsten fäll t sie nach innen ab und ist 0 für $r = 0$. Der Parameter a wird aus der gewünschten Breite des Faltungskerns am Bildrand bestimmt.

Parameter

In der Praxis haben sich folgende Parameter für die Glättung von Photon-Bias-Formen bewährt: In Winkelfaltung kann mit verhältnismäßig großen Faltungskernen gefaltet werden, die am Bildrand ein σ von 15 bis 20 Pixel haben. In radialer Richtung empfiehlt sich kein lineares Anwachsen des Faltungskerns von innen nach außen, sondern ein stärkeres. Hier wurde $\rho = 0.4$ gewählt. In radialer Richtung ändert sich die Form der Photon-Bias-Formen stärker, es sollte also kaum gefaltet werden. Es zeigt sich, daß die Formen auch für kleine Breiten des Faltungskerns weich genug sind, es sind Faltungskerne mit einem σ von 3 bis 10 Pixel am Bildrand sinnvoll.

Bemerkung

Die Koordinatentransformation in Polarkoordinaten eignet sich auch dazu, Schnitte auf konzentrischen Kreislinien und Radialschnitte zu berechnen. Anhand dieser kann der Einfluß der Glättung direkt überprüft werden.

potential

Umrechnung der Bahnparameter von maximalem und minimalen Radius (r_{min} und r_{max}) in Energie E und Drehimpulses L nach Gleichungen 3.24 und 3.25.
Berechnung des effektiven Potentials nach Gleichung 3.21.

wolkenwürfel

Bestimmung der Orte und der Ausdehnung einer vorgegebenen Anzahl von Wolken. Die Verteilungsdichte der Orte ist gleichverteilt innerhalb eines vorgegebenen Radius um das Zentrum, die der Ausdehnung ist normalverteilt. Das Programm liefert für jede Wolke die Parameter (x_g,y_g,Größe).

punktbestimmung

Bestimmung der auflösbaren Orte innerhalb jeder Wolke, Wahl der Bahnparameter r_{min} und r_{max} sowie des Inklinationswinkels jeder Wolke nach Maßgabe des verwendeten Modells. Siehe Abschnitt 4.2.1. Für jeden Punkt entstehen die Parameter (Wolken-Nummer N, x_g, y_g, r_{min}, r_{max}, ω).

ellipsenbahnen

Umrechnung der Bahnparameter, Berechnung des effektiven Potentials wie unter B und Bestimmung von v_φ (Gleichung 3.19) und v_r (Gleichung 3.22). Ausgabe der Parameter (N, x_g, y_g, v_φ, v_r, ω).

kreisbahnen

Wie "ellipsenbahnen" für den Spezialfall der Keplerschen Kreisbahn.

projektion

Berechnung der beobachtbaren Größen x, y und v_b nach Gleichungen 2.1, 2.2 und 2.3. Ausgabe der Parameter (N, x, y, v_b).

spektrum

Umrechnung der Radialgeschwindigkeit v_b in die Dopplerverschiebung bei Vorgabe der beobachteten Wellenlänge nach $\Delta\lambda = v_b \cdot (\lambda/c)$.

beobachtungsdaten

Zusammenfassung der bisherigen Programme. Berechnung der beobachbaren Größen bei Vorgabe des Parametersatzes $\mathbf{p}$, des zu verwendenden Modells ($\mathcal{A}$ bis $\mathcal{E}$) und der Parameter der Verteilungsdichten der Zufallsgrößen. Bietet auch die Möglichkeit, die Geschwindigkeit an konkreten z.B. einem Netz von Punkten zu berechnen statt an Zufallsorten der Wolken.

vergleich

Berechnung der Differenz der beobachtbaren Geschwindigkeit an gleichen beobachtbaren Orten zweier verschiedener Modelle $\mathcal{A}$ bis $\mathcal{E}$ bzw. verschiedener Parametersätze $\mathbf{p}$. Dies wird nach Abschnitt 5 durchgeführt und Erwartungswert E und Dispersion D werden bei einer großen Anzahl von Durchläufen bestimmt.

Literaturverzeichnis

[AM85] Antonucci R.R.J., Miller J.S., 1985, ApJ **297**,621

[Ba95] Barvainis R., 1995, *Nature* **373**, 103

[Be92] Beckers J.M., 1992, ESO Scientific Preprint no.877

[BDL93] Biermann P.L., Duschl W.J., Linden S.v., 1993, A&A **275**, 153

[Bo92] Bottema R., 1992, A&A **257**, 69

[Br90] Bregmann, 1990, Astron. Astrophys. Rev. **3**, 125

[BT56] Brown R.H., Twiss R.Q., 1956, *Nature* **177**, 28

[BT87] Binney J., Tremaine S., 1987, *Galactic Dynamics*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey

[Ca93] Camenzind M., 1993, Skript zur Vorlesung *Aktive Galaktische Kerne*, Universität Heidelberg

[CB82] Comte G., Duquennoy A., 1982, A&A **114**, 7

[Du95] Duschl W.J., 1995, private Mitteilung

[Fi1868] Fizeau A.H., 1868, C.R.A.S. **66**, 934

[Fi1873] Fizeau A.H., 1873, C.R.A.S. **76**, 1008

[FKR92] Frank J., King A.R., Raine D.J., 1992, *Accretion Power in Astrophysics*, Cambridge University Press

[FL85] Foy R., Labeyrie A., 1985, A&A **152**, L29

[Fo92] Foy R. et al., 1992, ATLAS Status Report and Tilt Sensing Using Multi-Colour Laser Reference Star, in press

[FR83] Früwirth R., Regler M., 1983, *Monte-Carlo-Methoden*, Bibliographisches Institut Mannheim, Wien, Zürich

[Fu91] Fugate R.Q. et al., 1991, *Nature* **353**, 144

[Go68] Goodman J.W., *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill Book Company, San Francisco 1968

[Go85] Goodman J.W., *Statistical Optics*, John Wiley & Sons, New York 1985

[Gr95] Greenhill L.J. et al., 1995, ApJ **440**, 619

[GT87] Genzel R., Townes C.H., 1987, ARA&A **25**, 377

[Ho94] Hofmann K.H., 1994, private Mitteilungen

[HP80] Hawley S.A., Phillips M.M., 1980, ApJ **235**, 783

[HW86] Hofmann K.H., Weigelt G.P., 1986, A&A **167**, L15

[Je58] Jennison R.C., 1958, MNRAS **118**, 276

[Ko41] Kolmogorov A.N., 1941, Dan. S.S.S.R. **30** (4), 229

[KT74] Knox K.T., Thompson B.J., 1974, ApJ **193**, L45

[KW94] Kippenhahn R., Weigert, A., 1994, *Stellar Structure and Evolution*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg

[La70] Labeyrie A., 1970, A&A **6**, 85

[LBDLS93] Linden S.v., Biermann P.L., Duschl W.J., Lesch H., Schmutzler T., 1993, A&A **280**, 468

[LDB93] Linden S.v., Duschl W.J., Biermann P.L., 1993, A&A **269**, 169

[LL64] Landau L.D., Lifschitz E.M., 1964, *Lehrbuch der Theoretischen Physik, Band 1: Mechanik*, Akademie-Verlag Berlin

[LL91] Landau L.D., Lifschitz E.M., 1991, *Lehrbuch der Theoretischen Physik, Band 6: Hydrodynamik*, Akademie-Verlag Berlin

[Lü52] Lüst R., 1952, *Zeitschrift für Naturforschung* **7a**, 87

[LWW83] Lohmann A.W., Weigelt G.P., Wirnitzer B., 1983, Appl. Opt. **22**, 4028

[Ma95] Maoz E., 1995, *A Stringent Constraint On Alternatives To A Massive Black Hole At The Center Of NGC 4258*, submitted to the Astrophysical Journal Letters

[Me91] Merkle F., 1991, Physik in unserer Zeit **22,6**, 260

[Mi1890] Michelson A.A., 1890, *The London, Edingburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* Ser.5, Vol. 30, No.182, 1-21

[Mi95] Miyoshi M. et al., 1995, *Nature* **373**, 127

[MU49] Metropolis N., Ulam S., 1949, J. Amer. statistical Assoc. **44**, 335

[PF80] Phillips M.M., Frogel J.A., 1980, Ap.J. **235**, 761

[PHW92] Pehlemann E., Hofmann K.H., Weigelt G., 1992, A&A **256**, 701

[Pr91] Primmermann C.A. et al., 1991, *Nature* **353**, 141

[RG92] Rigaut F., Gendron E., 1992, A&A **261**, 677

[Ro81] Roddier F., The Effects of Athmospheric Turbulence in Optical Astronomy, in: Wolf E. (Hrsg), Progress in Optics, North-Holland 1981

[Sa78] Sandage A., 1978, A.J. **83**, 904

[Sc93] Schulte in den Bäumen J., 1992, Proc. 1^{st} MEGAPHOT workshop, Hamburg 1993

[SHSW94] Schertl D., Hofmann K.H., Seggewiss W., Weigelt G., 1994, *Speckle masking observations of R64, the dense stellar core of the OB-association LH9 in the LMC*, submitted

[SK95] Smette A., Kuijken K. (Kapteyn Astronomical Institut, Groningen), 1995, *Gravitaional redshift in the NGC 4258 disk ?*, an *Nature* gesendeter öffentlicher Brief

[SL72] Sanders R.H., Lowinger T., 1972, AJ **77**, 292

[So91] Sobol I.M., 1991, *Die Monte-Carlo Methode*, Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin

[SPNSM89] Sanders D.B., Phinney E.S., Neugebauer G., Soifer B.T., Matthews K., 1989, ApJ **347**, 29

[SS73] Shakura N.I., Sunyaev R.A., 1973, A&A **24**, 337

[ST81] Sandage A., Tammann G.R., 1981, *A Revised Shapely-Ames Catalog of Bright Galaxies*, the Carnegie Institut, Washington D.C.

[Te63] Texereau J., 1963, Appl Opt **2,1**, 23

[Tu88] Tully R.B., 1988, *Nearby Galaxies Catalog*, Cambridge University Press, Cambridge 1988, p.29

[Va73] Vaucouleurs G. de, 1973, AJ **181**, 31

[VV64] Vaucouleurs G. de, Vaucouleurs A. de, 1964, *Reference Catalog of Bright Galaxies*, University of Texas Press

[VVC76] Vaucouleurs G. de, Vaucouleurs A. de, Corwin H.G., 1976, *Second Reference Catalog of Bright Galaxies*, University of Texas Press

[VV68] Vaucouleurs G. de, Vaucouleurs A. de, 1968, AJ **73**, 858

[Wa94] Walter T.M., 1994, *Akkretionsscheibenmodelle zur Positionsbestimmung von Molekülwolken im Zentralgebiet der Milchstraße*, Diplomarbeit, Universität Heidelberg

[WB85] Weigelt G., Baier G., 1985, A&A **150**, L18

[We43] Weizsäcker C.F. von, 1943, *Zeitschrift für Astrophysik* **22**, 319

[We77] Weigelt G.P., 1977, Opt.Com. **21**, 55

[We91] Weigelt G., *Interferometrische Abbildungsmethoden in der optischen Astronomie*, Overhead-Folien zur Vorlesung, Universität Bonn 1991

[Wi85] Wirnitzer B., 1985, J.Opt.Soc.Am. A **2,1**, 14

[WW83] Weigelt G.P., Wirnitzer B., 1983, Opt. Lett. **8**, 38

[WWB91] Weaver K.A., Wilson A.S., Baldwin J.A., 1991, ApJ **366**, 50

[YFB94] Yi I., Field G.B., Blackman E.G., 1994, ApJ **432**, L31

[ZML92] Zylka R., Mezger P.G., Lesch H., 1992, A&A **261**, 119

Danksagung

Ich danke zunächst Herrn Priv.-Doz. Dr. W. J. Duschl für die Vergabe des sehr interessanten Themas und die gute und gezielte Betreuung, ohne die eine Bearbeitung der beiden zunächst eigenständigen Arbeitsgebiete innerhalb der zur Verfügung stehenden Zeit nur schwer möglich gewesen wäre.

Herrn Prof. Dr. G. Weigelt vom Max-Planck-Institut für Radioastronomie in Bonn danke ich zum einen dafür, daß er mir die Zusammenarbeit mit seiner Arbeitsgruppe für Optische Interferometrie und einen längeren Aufenthalt dort ermöglichte und zum anderen für die zahlreichen Diskussionen, die zu meinem Verständnis der Speckle-Methoden beitrugen. Nur dadurch konnte der Teil ”Hochauflösende Beobachtungen von Seyfert-Galaxien” in der vorliegenden Form entstehen.

Herrn Prof. Dr. P. Ulmschneider danke ich für die Erstellung des zweiten Gutachtens.

Diese Arbeit wäre nicht zustande gekommen, wenn ich nicht bei Herrn Prof. Dr. W. Tscharnuter die Grundlagen der theoretischen Astrophysik gelernt und dadurch das Institut kennengelernt hätte.

Weiterhin danke ich allen weiteren Institutsmitgliedern in Bonn und Heidelberg, die durch Diskussionen zu meinem Verständnis der Gebiete beigetragen haben, insbesondere Herrn Dr. K. H. Hofmann, der bei Fragen zu den Speckle-Methoden immer zur Verfügung stand.

Für Hilfe und Unterstützung in Computerangelegenheiten danke ich vor allem den Herren M. v. Elst, D. Schertl, M. Schöller, M. Däther und R. Kürschner.

Herrn Dr. T. Reinheimer danke ich dafür, daß er mir die von ihm erstellten Bilder des Doppelsterns φ Cygni als Beispiel überlassen hat.

Ich danke beiden Arbeitsgruppen für die angenehme Arbeitsatmosphäre, besonders meinen Mit-Diplomanden S. Schäfer, M. Schreiner, J. Wackertapp und T. Beckert.

Ein weiterer Dank geht an Herrn M. Baumbach und Frau A. Herzig für die Durchsicht des Manuskripts.

Schließlich danke ich ganz besonders herzlich meinen Eltern, die mir das Studium ermöglichten und es stets mit Interesse verfolgten.

Erklärung:

Ich versichere, daß ich diese Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den